



**Prefeitura de Santos
Secretaria de Educação**



**ROTEIRO DE ESTUDO/ATIVIDADES
2º trimestre - 2021**

UME: PROFESSOR FLORESTAN FERNANDES

ANO: 9º ANOS - COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA

PROFESSOR: EDNILSON SANTOS

PERÍODO: **22/06/2021 a 30/06/2021**

Habilidades trabalhadas: EF09MA10.

Objetivo de aprendizagem: Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversal.

ROTEIRO DE ESTUDO - 9º ANOS

ORIENTAÇÕES:

1. Assista a vídeo aula;
2. Observe atentamente os exercícios demonstrativos;
3. Copie o enunciado dos exercícios em seu caderno
4. Resolva cada exercício, fazendo todos os cálculos necessários;
5. Identifique com o seu nome e sua classe cada imagem que enviar para o professor;
6. Envie a atividade ao professor pelo e-mail:
{**professorednilsonumeff@gmail.com**}

Vídeo aula:

<https://youtu.be/frEs-cOPeVU>

<https://youtu.be/d0AANQb7sC0>

<https://www.youtube.com/watch?v=YZSgNn3ea-I>

<https://www.youtube.com/watch?v=0EQ14uVS5E4>

Teorema de Tales

Razões, proporções e segmentos proporcionais

Um dos conceitos mais importantes da Matemática é o de **razão**.

A **razão** entre uma quantidade e outra é o quociente da divisão da primeira pela segunda.

Veja um exemplo:

Em certa receita de bolo, para cada 2 xícaras de farinha são utilizados 3 ovos. A razão entre a quantidade de farinha e a de ovos é 2 : 3. Podemos escrever $\frac{2}{3}$ ou 2 : 3 e lemos 2 para 3.

Para 4 xícaras de farinha, precisamos colocar 6 ovos para que as quantidades fiquem proporcionais.

Uma igualdade entre duas razões é uma **proporção**.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \text{ é um exemplo de proporção}$$

As proporções têm uma propriedade:

Quando multiplicamos seus termos em cruz, obtemos produtos iguais.

Veja:

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{6} \quad 2 \cdot 6 = 12 \text{ e } 3 \cdot 4 = 12 \quad \text{Isso vale para toda proporção.}$$

Aplicamos essa propriedade para descobrir valores desconhecidos numa proporção:

$$\frac{4}{5} = \frac{6}{x}, \text{ pela propriedade, } 4x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{4} \rightarrow x = 7,5$$

No caderno, descubra o valor de x nas proporções a seguir:

a) $\frac{1}{8} = \frac{3,5}{x}$ 28

b) $\frac{x+1}{5} = \frac{8}{10}$ 3



Segmentos proporcionais

Observe as medidas dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.

Qual seria a razão entre a medida de $\overline{AB}$ e a de $\overline{CD}$?

Dividindo 2 por 4 obtemos a razão $2 : 4$, ou $\frac{2}{4}$ ou, simplificando, $\frac{1}{2}$.

O comprimento de $\overline{CD}$ é o dobro do comprimento de $\overline{AB}$.

Os comprimentos estão na razão 1 para 2.

Meça com régua o comprimento de $\overline{EF}$ e de $\overline{GH}$.

Calcule a razão $\frac{EF}{GH} \cdot \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2}$

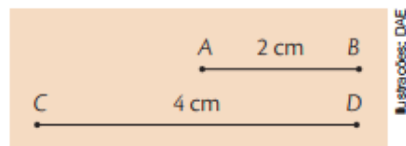
Observe que $\overline{AB}$ e $\overline{EF}$ têm medidas diferentes. $\overline{CD}$ e $\overline{GH}$ também.

No entanto, $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH} = \frac{1}{2}$.

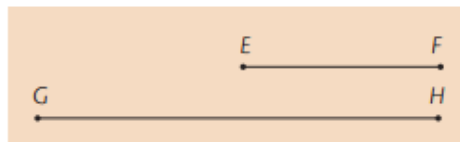
As razões
são iguais.



Ronaldinho Barão



Ilustrações: DAE



Uma igualdade entre razões forma uma proporção:

$$\frac{1}{2} = \frac{2,5}{5} \text{ é um exemplo de proporção}$$

Registre no caderno.

1. Multiplique os termos da proporção "em cruz", como

indicado $\frac{1}{2} \times \frac{2,5}{5}$. O que você observou?

Os produtos são iguais.

2. Determine mentalmente o valor de x em cada item de modo a obter proporções.

a) $\frac{x}{5} = \frac{6}{15}$ 2 b) $\frac{8}{x} = \frac{2}{7}$ 28 c) $\frac{3}{8} = \frac{x+1}{16}$ 5

Diremos que $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são proporcionais a $\overline{EF}$ e $\overline{GH}$.

De forma geral, os segmentos AB e CD são proporcionais aos segmentos EF e GH se seus comprimentos determinam, nessa ordem, uma proporção: $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$.

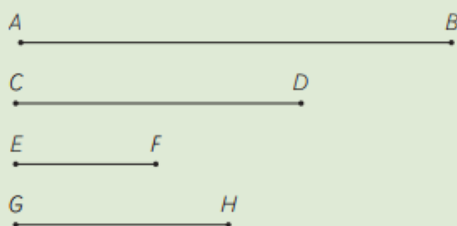
Meça os segmentos traçados com uma régua e responda no caderno às questões a seguir.

1. Quais segmentos têm medidas na razão:

a) 1 para 3? $\overline{EF}$ e $\overline{AB}$

b) $\frac{2}{3}$ $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$

2. Os segmentos AB e GH são proporcionais a quais segmentos? Escreva a proporção. $\frac{AB}{GH} = \frac{CD}{EF} = \frac{2}{1}$



Confira
suas respostas com
seus colegas e o
professor.



Ronaldinho Barão

Teorema de Tales

Na ilustração ao lado, percebemos que as avenidas das Rosas, das Margaridas e dos Lírios são paralelas.

As ruas dos Pinheiros e dos Eucaliptos são transversais a essas avenidas.

Será que podemos, com as informações desta ilustração, determinar a distância entre Marcos e Débora?

A resposta é sim.

Vamos descobrir como?



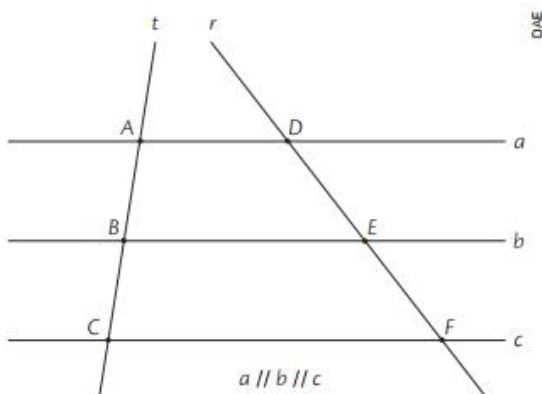
Daniel Souza

1ª propriedade

Chamamos de **feixe de paralelas** o conjunto de três ou mais retas paralelas em um plano.

Uma reta do mesmo plano que corta essas paralelas é uma transversal ao feixe, e o feixe determina segmentos sobre a transversal.

Desenhamos a seguir um feixe de paralelas cortado pela transversal t e pela transversal r .



Ficaram determinados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ sobre t e $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$ sobre r .

Vamos mostrar que se $AB = BC$, então $DE = EF$.

Para isso, utilizaremos conhecimentos sobre congruência de triângulos e propriedades dos paralelogramos.

Na Matemática é assim: construímos novos conhecimentos a partir de conhecimentos anteriores.



Daniel Souza

Traçamos $\overline{DG} \parallel t$ e $\overline{EH} \parallel t$, obtendo os paralelogramos $ABGD$ e $BCHE$.

Os lados opostos de um paralelogramo são congruentes, então:

$$AB = DG \text{ e } BC = EH$$

Como $AB = BC$, vem que $DG = EH$.

Agora observe os triângulos DGE e EHF :

$$DG = EH \text{ (mostramos acima) (L)}$$

$$u = p \text{ (ângulos correspondentes) (A)}$$

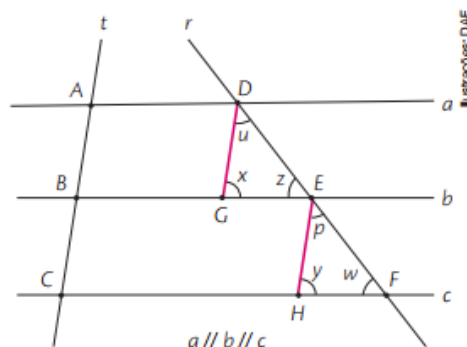
$$z = w \text{ (ângulos correspondentes)}$$

$$x = y \text{ (pela soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo) (A)}$$

Pelo caso ALA, os triângulos são congruentes. Então, $DE = EF$, como queríamos mostrar.

Podemos enunciar a propriedade:

Se um feixe de paralelas determina segmentos congruentes sobre uma transversal, então determina segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal.



2ª propriedade: teorema de Tales

Na figura ao lado, o feixe de paralelas determinou segmentos sobre as transversais, mas $AB \neq BC$.

Será que há uma relação entre os segmentos determinados nas duas transversais? Acompanhe:

Suponhamos que exista um segmento de medida u que caiba um número inteiro de vezes em $\overline{AB}$ e um número inteiro de vezes em $\overline{BC}$. Como assim? Veja os exemplos:

- ♦ Se em uma mesma unidade de medida (que não importa qual é), temos $AB = 18$, $BC = 34$ e $u = 2$, então o segmento de medida u caberá 9 vezes em $\overline{AB}$ e 17 vezes em $\overline{BC}$.
- ♦ Se $AB = 18,3$, $BC = 34,7$ e $u = 0,1$ (na mesma unidade de medida), então o segmento de medida u caberá 183 vezes em $\overline{AB}$ e 347 vezes em $\overline{BC}$.

Na figura, u cabe m vezes em $\overline{AB}$ e n vezes em $\overline{BC}$ (m e n números inteiros).

Temos: $\frac{AB}{BC} = \frac{m \cdot u}{n \cdot u} = \frac{m}{n}$ (I)

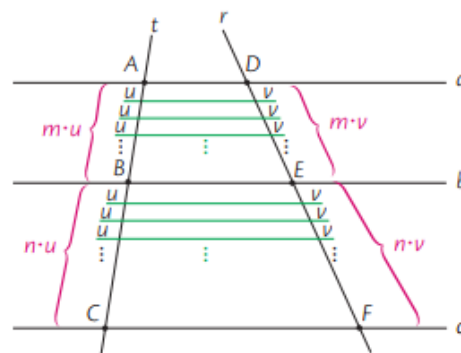
Traçamos as retas paralelas à reta a pelos pontos em que os segmentos ficaram divididos. Observe que:

$$\frac{DE}{EF} = \frac{m \cdot v}{n \cdot v} = \frac{m}{n} \text{ (II)}$$

Portanto, de I e II, $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$.

Concluimos que $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são proporcionais a $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$ e podemos enunciar o famoso teorema de Tales:

Um feixe de paralelas determina, sobre transversais, segmentos que são proporcionais.



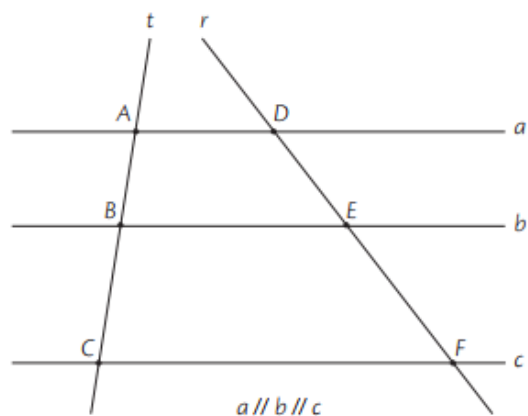
Na demonstração que fizemos, consideramos que a medida u cabe um número inteiro de vezes em $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$. Quando isso não acontecer, a demonstração ficará muito complicada para você, por enquanto, mas fique certo de que o teorema de Tales vale também nesses casos.

A partir do teorema, podemos escrever outras proporções, como:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{DF}{DE}$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{DF}{EF}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$



Ilustrações: DAE

Você deve estar pensando: e a distância entre Débora e Marcos?



Vamos voltar ao problema.

Traçamos um modelo matemático para a situação.

Como as avenidas são paralelas, e as ruas, transversais a elas, aplicaremos o teorema de Tales:

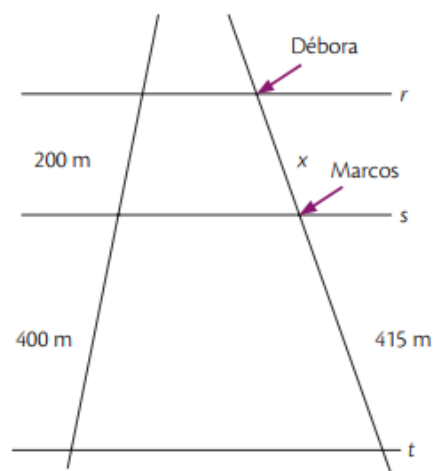
$$\frac{200}{400} = \frac{x}{415}$$

ou, simplificando:

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{415}$$

$$2x = 415$$

$$x = 207,5$$



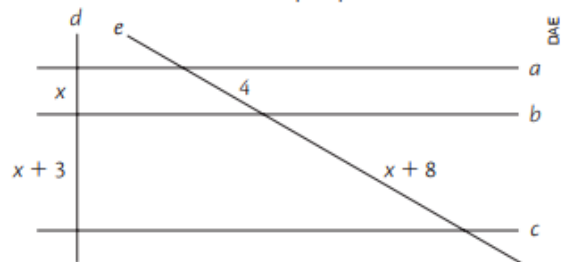
Marcos dista 207,5 m de Débora se seguirmos pela Rua dos Eucaliptos.

Acompanhe mais dois exemplos de aplicação do teorema de Tales.

1. Vamos determinar x na figura, sabendo que $a \parallel b \parallel c$.

As medidas dos segmentos correspondentes determinados nas transversais são proporcionais.

$$\begin{aligned}\frac{x}{x+3} &= \frac{4}{x+8} \\ x(x+8) &= 4(x+3) \\ x^2 + 8x &= 4x + 12 \\ x^2 + 4x - 12 &= 0\end{aligned}$$



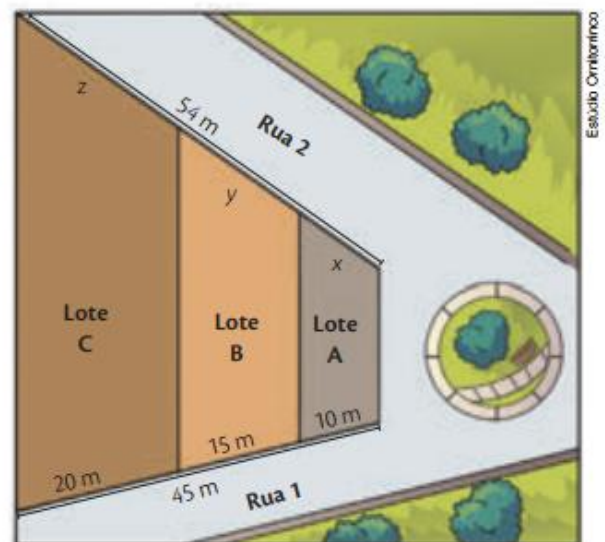
Recaímos numa equação do 2º grau. Vamos resolvê-la.

$$\begin{aligned}\Delta &= 16 + 48 = 64 \\ x &= \frac{-4 \pm 8}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{-4 + 8}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{-4 - 8}{2} = -6 \end{cases}\end{aligned}$$

Como x é uma medida de comprimento, só consideraremos a solução positiva, ou seja, $x = 2$.

2. Um terreno foi dividido em lotes com frentes para a Rua 1 e para a Rua 2, como você vê na representação a seguir. As laterais dos terrenos são paralelas. Com as informações do desenho, vamos calcular as medidas das frentes dos lotes que dão para a Rua 2 aplicando o teorema de Tales.

$\frac{45}{10} = \frac{54}{x}$	$\frac{45}{15} = \frac{54}{y}$	$\frac{45}{20} = \frac{54}{z}$
$\frac{9}{2} = \frac{54}{x}$	$\frac{3}{1} = \frac{54}{y}$	$\frac{9}{4} = \frac{54}{z}$
$9x = 108$	$3y = 54$	$9z = 216$
$x = 12$	$y = 18$	$z = 24$



Portanto, as medidas das frentes para a Rua 2 são: lote A: 12 m; lote B: 18 m; lote C: 24 m.



1. Mariana escreveu as proporções necessárias para resolver o problema do exemplo 2 assim:

$$\frac{45}{54} = \frac{10}{x}; \frac{45}{54} = \frac{15}{y}; \frac{45}{54} = \frac{20}{z}$$

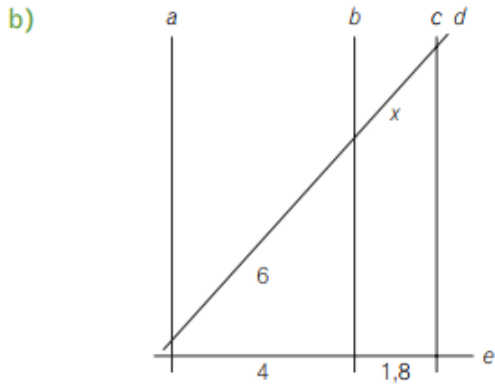
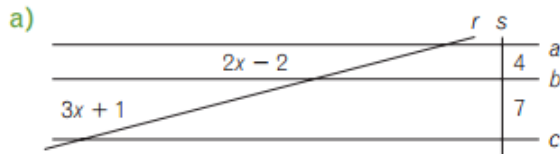
As proporções estão corretas? Ela encontrará os mesmos valores para x , y e z encontrados acima?

Sim. Sim.

2. Para determinar x no problema do exemplo 2, Paulo fez: $\frac{x}{45} = \frac{54}{10}$. Ele acertou? Não.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

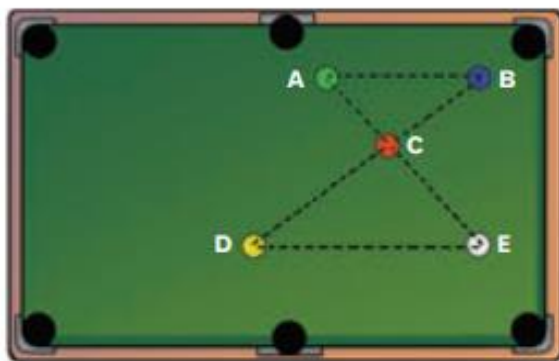
1. Calcule x , sabendo que $a \parallel b \parallel c$.



2. A planta abaixo mostra as medidas de três lotes que têm frente para a Rua A e para a Rua B. As divisas laterais são perpendiculares à Rua A. Quais são as medidas de x e y indicadas na figura?



3. Na figura está representada uma mesa de bilhar com cinco bolas: A, B, C, D e E.



$$BC = 50 \text{ cm}$$

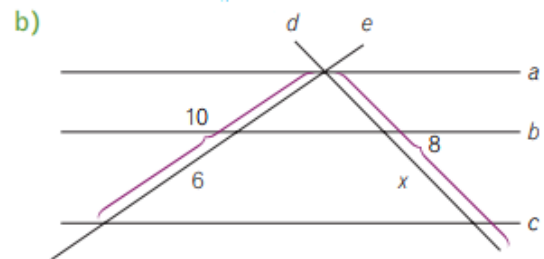
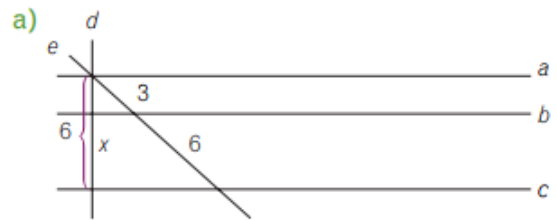
$$CD = 75 \text{ cm}$$

$$CE = 60 \text{ cm}$$

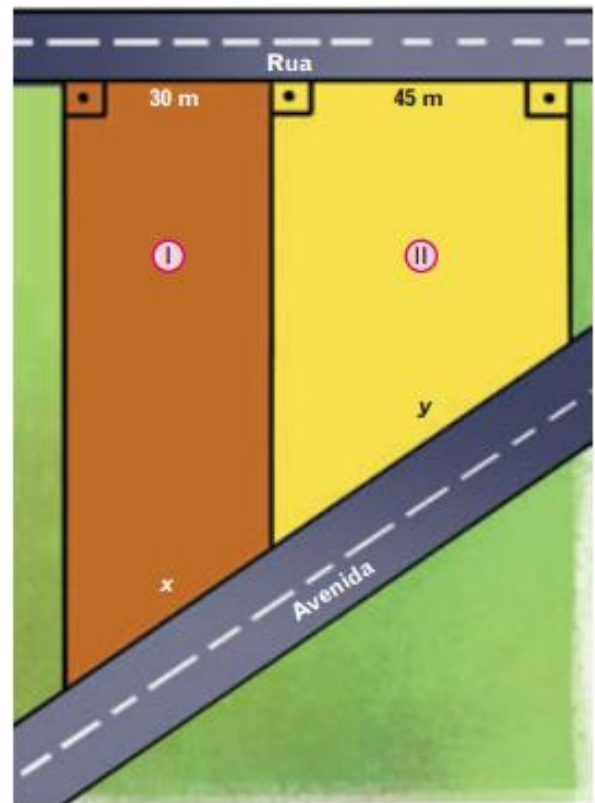
$$\overline{AB} \parallel \overline{DE}$$

Qual é a distância entre as bolas A e C?

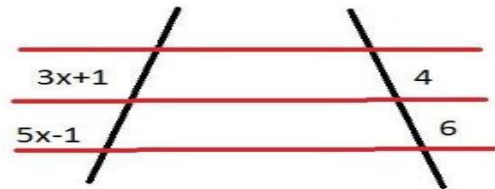
4. Calcule x , sabendo que $a \parallel b \parallel c$.



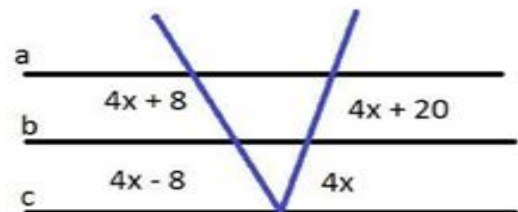
5. Esta planta mostra dois terrenos. As divisas laterais são perpendiculares à rua. Quais são as medidas das frentes dos terrenos que dão para a avenida, sabendo-se que a frente total para essa avenida é de 90 metros?



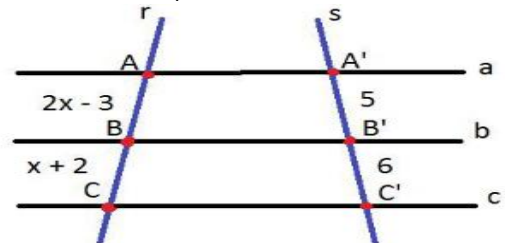
6) Calcule a medida de cada segmento desconhecido no feixe de retas paralelas.



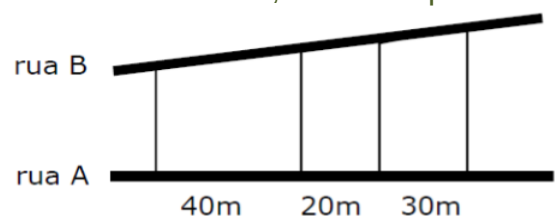
7) Determine a medida de cada segmento desconhecido no feixe de retas paralelas.



8) Vamos aplicar a proporcionalidade existente no Teorema de Tales, e com isso determinar o valor dos segmentos AB e BC no desenho abaixo:



9) Três terrenos têm frente para a rua A e para a rua B, como na figura. As divisas laterais são perpendiculares à rua A. Qual a medida de frente para a rua B de cada lote, sabendo que a frente total para essa rua é 180m



10) A figura ao lado indica três lotes de terreno com frente para a rua A e para rua B. as divisas dos lotes são perpendiculares à rua A. As frentes dos lotes 1, 2 e 3 para a rua A, medem, respectivamente, 15 m, 20 m e 25 m. A frente do lote 2 para a rua B mede 28 m. Qual é a medida da frente para a rua B dos lotes 1 e 3?

