PREFEITURA DE SANTOS
Secretaria de Educação

UME: **"EDMÉA LADEVIG"**
ANO: **8° anos D e E**
COMPONENTE CURRICULAR: **Matemática**
PROFESSORA: **Silvia Helena Gradwool Lira**

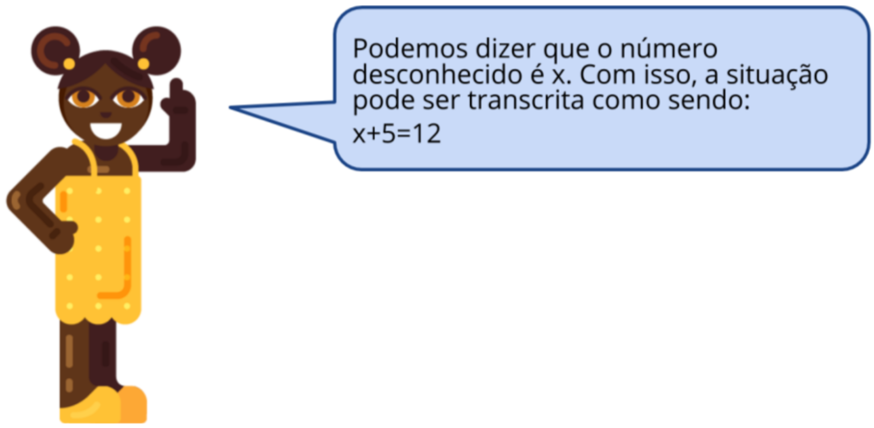
Nome do aluno: ____

Neste roteiro vamos continuar o estudo sobre álgebra.
Os exercícios devem ser resolvidos no caderno e as imagens anexadas no Google Sala de Aula ou enviadas por e-mail: silvialira@educa.santos.sp.gov.br
Lembre-se de anexar as imagens no formato retrato (em pé).

Roteiro de estudos: 05/11/2021 a 05/12/2021

Para pensar...

Um número somado com 5 é igual a 12.
Que número é esse?
Quantas respostas verdadeiras você consegue encontrar para este problema?
Para resolver esse problema podemos escrever uma equação do primeiro grau de forma que o número que pretendemos encontrar seja representado por uma incógnita (letra).



Neste caso, resolvendo a equação encontramos que:

$$x+5=12$$

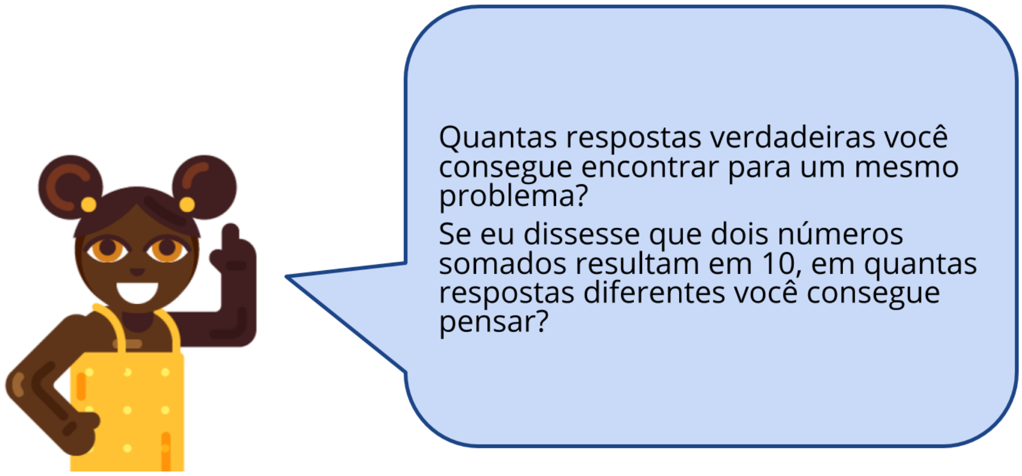
$$x=12-5$$

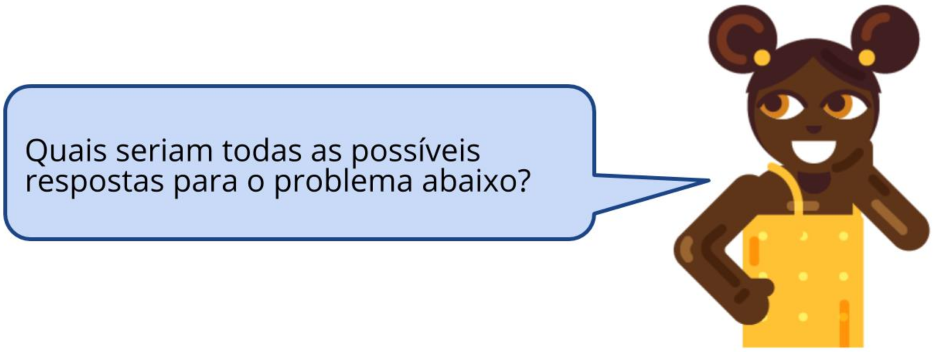
$$x=7$$

Continue pensando...

- Sempre existe uma única resposta para um problema matemático?
- O que pode acontecer para que uma pergunta tenha mais de uma resposta?
- Nesta pergunta pode ter mais de uma resposta?

Agora, leia a situação a seguir.



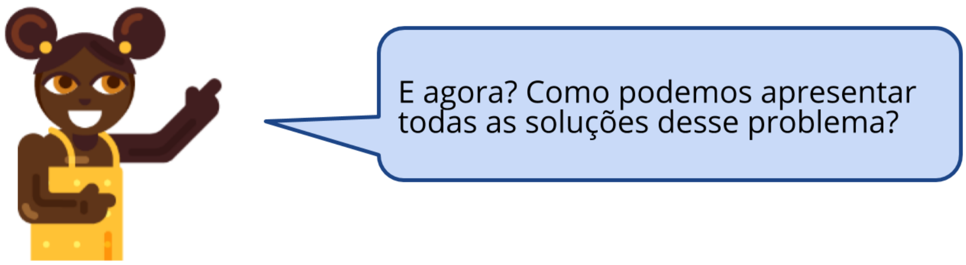


No estacionamento de uma empresa estão 10 veículos (carros e motos) estacionados. Podemos determinar o número de carros estacionados?

E o número de motos?

Pense mais um pouco...

- Quais as diferentes soluções encontradas?
- Como poderemos escrever todas essas soluções?



Se você ficasse sabendo que no mesmo estacionamento que tem 10 veículos, 3 funcionários desta empresa vão trabalhar de carro e 2 vão de moto, podemos dizer quantos carros estão estacionados?

E o número de motos?

- Será que todas as soluções do problema anterior podem ser respostas deste novo problema?
- Quais as soluções do problema anterior que não podem estar no conjunto solução da nova situação?

Podemos encontrar uma equação para representar a situação descrita no problema?

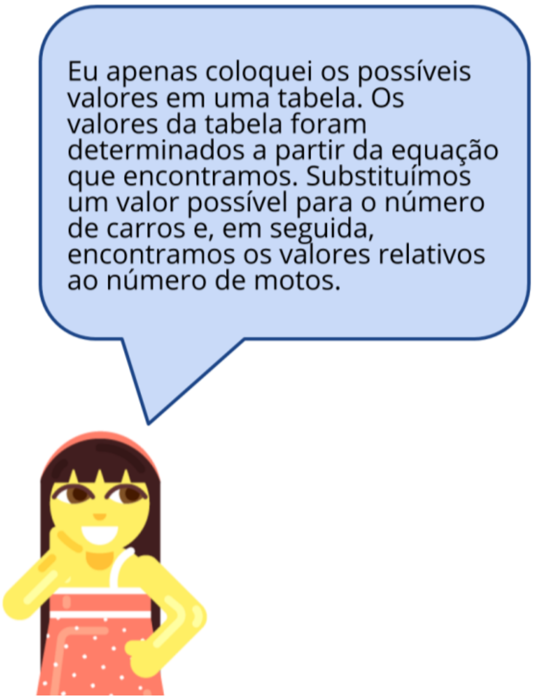
Neste caso, o número de carros mais o número de motos é igual a 10.

Portanto, a equação que representa essa situação pode ser a seguinte:

$C + M = 10$

Lembrando que C é pelo menos 3 e M pelo menos 2.

Veja como Carolina resolveu:



Carros	Motos	Total
3	7	10
4	6	10
5	5	10
6	4	10
7	3	10
8	2	10

Quando temos um problema parecido com este, precisamos utilizar uma maneira para organizar a situação. A primeira ideia seria de reescrever a situação a partir de uma linguagem algébrica. No caso, uma equação com duas variáveis.

Neste caso, resolvemos essa equação com o auxílio de uma tabela.

Entretanto, nós não obtivemos uma única solução, como era no caso de uma equação simples. O resultado era um conjunto de soluções.

Repare que independente da maneira que você opte por resolver a questão, a solução de um problema como este não é única. Além disso, é preciso ficar atento às condições que são feitas para que você responda ao problema corretamente.

Nesta atividade, por exemplo, a solução da equação
$C + M = 10$, com C pelo menos 3 e M pelo menos 2 é:

$S = \{(2, 8); (3, 7); (4, 6); (5, 5); (6, 4); (7, 3)\}$

É preciso compreender que a solução de uma equação linear é um conjunto de soluções.

Para pensar mais um pouquinho...

- Como pode ser feita a apresentação do resultado?
- Será que a solução (3, 7), em que queremos dizer que são 3 carros e 7 motos é a mesma que a solução (7, 3)?
- Qual seria a diferença?

Atividade 1

1) Ana precisa confeccionar 100 brigadeiros para sua festa de aniversário. Ela já fez alguns pela manhã e precisa fazer os que faltam à tarde. Ana sabe que de manhã fez mais de 20 brigadeiros e menos do que 50.

a) Se m é a quantidade de brigadeiros que ela fez pela manhã, e t é a quantidade de brigadeiros que ela precisa fazer à tarde, escreva uma equação que relaciona m, t e o número total de brigadeiros.

b) Quantos brigadeiros ela precisa fazer à tarde?

Observação: Como não sabemos exatamente o número de brigadeiros que Ana já fez durante a manhã, precisamos considerar todas as possibilidades.

2) Um músico precisa viajar a trabalho e levar uma guitarra e um contrabaixo elétrico. Ele sabe que os dois instrumentos juntos pesam 10 kg e que o contrabaixo é mais pesado que a guitarra, e que o peso da guitarra é de, pelo menos, 3 kg. Quais são os possíveis pesos do contrabaixo?

3) Três dados tem o mesmo peso de uma bolinha de gude. Sabendo que uma bolinha de gude pode pesar mais que 100 g e menos de 300 gramas, quais os possíveis valores para o peso de um dado?

4) [Desafio]: Marcelo tinha 30 m de cerca para fazer um jardim retangular, de modo que, a largura seja maior do que o comprimento. Quais são os possíveis valores para o comprimento?

Veja a situação a seguir:

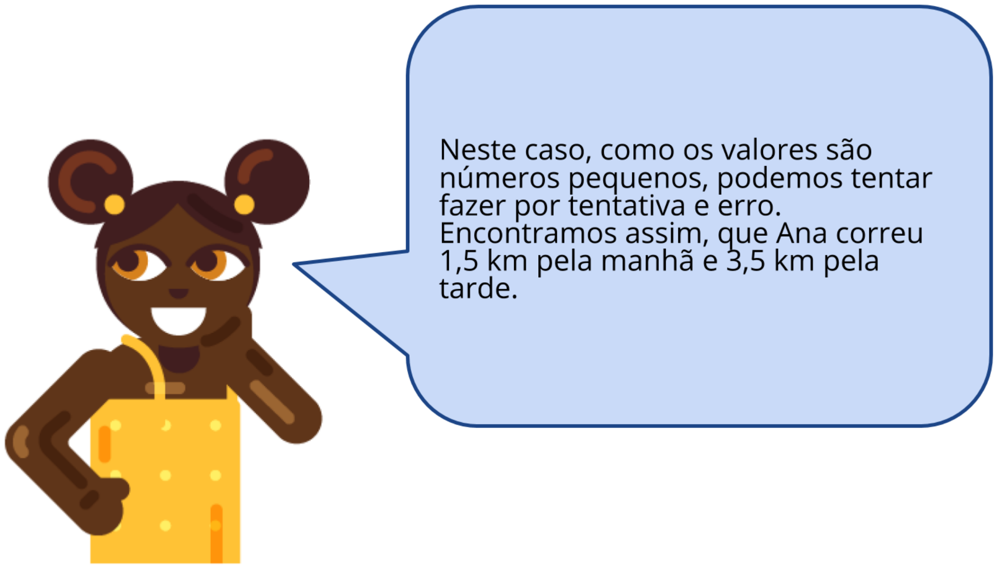
> “Para se preparar para uma corrida, Ana corre 5 km todos os dias. Essa manhã ela não estava se sentindo muito bem e correu mais do que 1 km e menos do que 2 km. Qual é a distância que ela vai precisar correr de tarde para conseguir concluir seu treino?”

Observação: Sabemos que a solução é um intervalo entre 3 km e 4 km.

E se soubéssemos também que, à tarde, Ana correu 2 km a mais do que ela correu de manhã?

Temos, então, duas situações:

- Ana correu 5 km no total;
- O quanto ela correu a tarde foi dois quilômetros a mais do que ela correu de manhã.

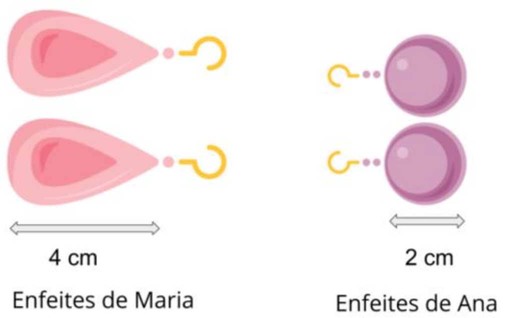


Agora, leia a situação a seguir:

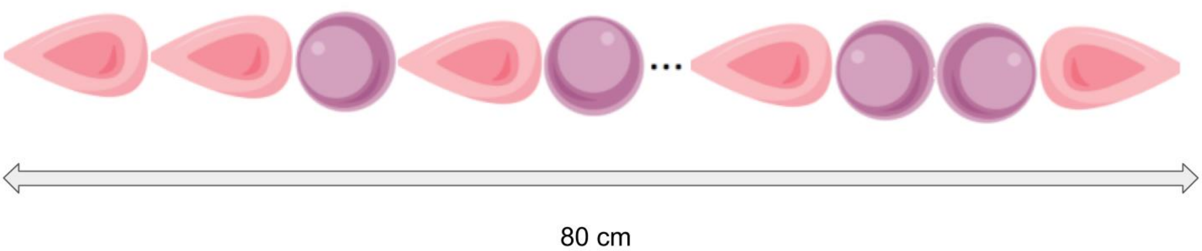
Ana e Maria fizeram 30 enfeites de tecido para confeccionar brincos. Os enfeites que Ana fez têm 2 cm e os enfeites que Maria fez têm 4 cm. Elas repararam que colocando-os um lado a lado, eles tinham um comprimento total de 80 cm. Quantos enfeites Ana fez?

E, pense um pouquinho...

- Esse problema apresenta mais de uma solução?
- Por que não há como apresentar mais do que uma solução?
- Quais as diferentes estratégias utilizadas?



Se colocados lado a lado, eles têm um comprimento total de 80 cm podemos imaginar a situação da seguinte maneira:



Procure escrever as equações que representam cada uma das informações.

Podemos utilizar tabelas para determinar os possíveis valores de enfeites produzidos por cada uma delas.

Neste caso, teríamos que utilizar duas tabelas:

- Uma para representar o total de enfeites;
- Outra para representar o comprimento ocupado por eles.

Tabela 1: Total de Enfeites

Enfeites de Ana	Enfeites de Maria	Total de Enfeites
1	29	30
2	28	30
3	27	30
...	...	...
28	2	30
29	1	30

Tabela 2: Comprimento

Comp. dos enfeites de Ana	Comp. dos enfeites de Maria	Comp. total
1 x 2 = 2	~~78~~	80
2 x 2 = 4	19x4=76	80
3 x 2 = 6	~~74~~	80
...	...	...
2 x 38=76	1x4=4	80
2 x 39=78	~~2~~	80

Porém, neste caso ficaria um pouco complicado, pois são muitos casos que precisam ser analisados...

Desta maneira, vamos procurar outra estratégia.

Sabemos que são 30 enfeites no total.

Podemos escrever essa situação da seguinte maneira:

$$A + M = 30$$

Onde A é o número de enfeites de Ana e M é o número de enfeites de Maria.

Além disso, se o comprimento total dos enfeites lado a lado é igual a 80 cm, também podemos representar essa situação a partir de uma equação.

Mas, é preciso lembrar que cada enfeite possui um tamanho diferente.

Se cada enfeite de Ana possui 2 cm de comprimento, então todos eles juntos totalizam duas vezes o número de enfeites, ou seja:

$$2A$$

Neste caso, se A = 1, qual o valor da expressão, ou seja, qual o comprimento ocupado pelo enfeite de Ana?

E se A = 2, qual o comprimento total ocupado pelos enfeites que Ana produziu?

Podemos reparar que a expressão varia de acordo com o número de enfeites produzido por Ana, assim como queríamos.

Por outro lado, os enfeites de Maria possuem 4 cm, ou seja, todos eles juntos possuem um comprimento de quatro vezes o número de enfeites.

Desta maneira, temos:

$$4M$$

Assim como no caso anterior, qual seria o valor da expressão se M=3? Esse seria o valor do comprimento total ocupado por 3 enfeites de Maria.

E se M = 5? Qual seria o comprimento total ocupado pelos enfeites de Maria?

Note que aqui também temos que o valor varia de acordo com o número de enfeites produzidos por Maria.

Com isso, a equação que representa o comprimento total dos enfeites lado a lado é:

$$2A + 4M = 80$$

Como precisamos determinar os valores que satisfaçam as duas equações ao mesmo tempo, escrevemos a situação na forma de um sistema de equações:

$$\begin{cases} A + M = 30 \\ 2A + 4M = 80 \end{cases}$$

O método da Substituição

Uma das estratégias que temos para resolver o sistema é buscar escrever o número de enfeites de Ana utilizando o número de enfeites de Maria.

Para isso, podemos utilizar a primeira informação, ou seja, a informação do número total de enfeites.

Desta maneira, temos um novo sistema equivalente ao anterior:

$$\begin{cases} A = 30 - M \\ 2A + 4M = 80 \end{cases}$$

Agora, nós substituímos o valor de A, ou seja, o número de enfeites de Ana na segunda equação, pela expressão que acabamos de encontrar:

$$A = 30 - M$$

$$2(30 - M) + 4M = 80$$

$$2(30 - M) + 4M = 80$$

Agora, basta desenvolver a expressão:

$$\begin{cases} A = 30 - M \\ 2(30 - M) + 4M = 80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 30 - M \\ 60 - 2M + 4M = 80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 30 - M \\ 2M = 80 - 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 30 - M \\ 2M = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 30 - M \\ M = \frac{20}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 30 - M \\ M = 10 \end{cases}$$

Sabemos, assim, que Maria produziu 10 enfeites.

Já que Maria fez 10 enfeites e o total é 30, não é difícil ver que Ana fez 20 enfeites.
Observe:

$$\begin{cases} A = 30 - 10 \\ M = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 20 \\ M = 10 \end{cases}$$

Retomando...

Para resolver uma situação-problema parecida com a que acabamos de discutir é preciso transcrever cada uma das etapas a partir de uma equação.

Sendo assim, podemos isolar uma das incógnitas, considerando que a outra seja conhecida, assim como fazemos em uma equação.

Em seguida, basta substituir a expressão encontrada na outra equação.

Com isso, nós reduzimos o problema a uma equação com apenas uma incógnita.

Quando temos apenas uma condição a respeitar, por exemplo, apenas sabendo o total de enfeites, temos diferentes soluções:

Enfeites de Ana	Enfeites de Maria	Total de Enfeites
1	29	30
2	28	30
3	27	30
...	...	...
28	2	30
29	1	30

Por outro lado, se sabemos que o comprimento dos enfeites lado a lado, também temos diferentes soluções:

Comp. dos enfeites de Ana	Comp. dos enfeites de Maria	Comp. total
2 x 2 = 4	19 x 4 =76	80
2 x 4 = 8	18 x 4 =72	80
2 x 6 = 12	17 x 4 = 68	80
...	...	...
2 x 36 = 72	2 x 4 = 8	80
2 x 3 8= 76	1 x 4 = 4	80

Veja:

Quando pensamos em cada situação separadamente, o número de enfeites é variável. O número de enfeites de Ana depende do número de enfeites de Maria.

Podemos ver que cada equação é um conjunto de soluções e, em um sistema, procuramos uma solução que esteja nas duas equações e, por isso, significa que esta solução está na interseção dos dois conjuntos.

Entretanto, pensando que o número de enfeites de Ana precisa satisfazer as duas situações, existe apenas um valor que responde a pergunta feita.

Neste caso, os valores de A e M que buscamos não representam mais duas variáveis, mas sim, duas incógnitas, ou seja, um valor fixo desconhecido que pode ser determinado.

Atividade 2

1) Eduardo colocará as roupas que utiliza aos fins de semana para jogar futebol. Dentre essas roupas, existem pares de meias e shorts. Ele utiliza um único pregador para cada par de meia e dois pregadores para cada short. Ele utilizou 20 pregadores pendurando 25 peças no varal. Quantos pares de meia Eduardo colocou no varal?

2) Marcos desafiou João a descobrir o peso de cada uma de suas borrachas. João não poderia abrir seu estojo e poderia utilizar a balança uma única vez. Ele pesou seu estojo com 3 canetas e 2 borrachas idênticas, e viu que tudo junto, pesava 150 gramas. Ele já sabia que o estojo sozinho pesava 80 gramas e, portanto, as 3 canetas e as 2 borrachas pesavam 70 gramas. Outra informação que ele tinha é que cada borracha pesa o dobro de uma caneta. Qual a conclusão que João chegou?

3) [Desafio] Ana é 2 anos mais velha que Bia, e Clara tem o dobro da idade de Ana. A soma das idades de Ana, Bia e Clara é igual a 14. Qual é a idade da Clara?

Já vimos equações com duas incógnitas, como por exemplo: $x + y = 4$.
Nesse caso você saberia dizer quais são os possíveis valores de x e y?
Mas, e se tivermos duas equações com duas incógnitas?
Assim:

$3x + y = 2$
$X - y = 10$

Como resolver?
Vamos resolver utilizando outra estratégia!

Leia atentamente o problema:

Eduardo vai estender as roupas que utiliza aos fins de semana para jogar futebol. Dentre essas roupas existem pares de meias e shorts. Ele utiliza um único pregador para cada par de meia e dois pregadores para cada short. Ele utilizou 20 pregadores pendurando 25 peças no varal. Quantos pares de meia Eduardo estendeu?

Já sabemos que a representação algébrica da situação apresentada é feita da seguinte maneira:

$$\begin{cases} 2m + s = 25 \\ m + 2s = 20 \end{cases}$$

Agora, pense nas seguintes questões:
* Já que sabemos que podemos somar quantidades iguais nos dois termos da equação, será que temos como usar a segunda equação para adicionar à primeira?
* Do jeito que essa equação aparece é possível eliminar uma das incógnitas?
* O que vamos precisar para eliminar uma das incógnitas?
* Como podemos fazer isso?

<u>O método da adição</u>

O outro método que podemos utilizar para resolver o sistema de equações é baseado em um princípio que conhecemos bem.

Quando adicionamos, subtraímos, multiplicamos ou dividimos ambos os termos de uma equação por um número qualquer ela se mantém equivalente.

Sabendo disso, vamos procurar uma maneira de encontrar equações equivalentes de modo que tenhamos apenas uma incógnita para ser determinada.

Observe:

$$\begin{cases} 2m + s = 25 \\ m + 2s = 20 \end{cases} \qquad \times (-2)$$

$$\begin{cases} 2m + s = 25 \\ -2m - 4s = -40 \end{cases}$$

Primeiro multiplicamos todos os termos da segunda equação por -2.

A escolha deste número foi estratégica para a próxima etapa.

Desta forma podemos adicionar ao primeiro membro da primeira equação, todos os termos do primeiro membro da segunda equação. De mesmo modo, adicionamos ao segundo membro da primeira equação todos os termos do segundo membro da segunda equação.

Veja:

$$\begin{cases} 2m + s + (-2m - 4s) = 25 + (-40) \\ -2m - 4s = -40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{2m} + s - \cancel{2m} - 4s = 25 - 40 \\ -2m - 4s = -40 \end{cases}$$

Repare que a escolha do número -2 na etapa anterior foi crucial para que pudéssemos eliminar o termo que contém o número de meias.

Além disso, repare que estamos adicionando valores iguais nos dois termos.

No primeiro membro adicionamos -2m-4s, e ao segundo -40.

Porém, -2m-4s é igual a -40, ou seja, ainda é o mesmo valor e, por isso, temos uma equações equivalentes.

$$\begin{cases} 2m + s + (-2m - 4s) = 25 + (-40) \\ -2m - 4s = -40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{2m} + s - \cancel{2m} - 4s = 25 - 40 \\ -2m - 4s = -40 \end{cases}$$

Deste modo, conseguimos determinar o número de shorts que Eduardo estendeu na corda.

$$\begin{cases} 2m + s + (-2m - 4s) = 25 + (-40) \\ -2m - 4s = -40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{2m} + s - \cancel{2m} - 4s = 25 - 40 \\ -2m - 4s = -40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3s = -15 \qquad \times (-1) \\ -2m - 4s = -40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3m = 15 \\ -2m - 4s = -40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s = \frac{15}{3} - 2m - 4s = -40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s = 5 \\ -2m - 4s = -40 \end{cases}$$

Para conseguir determinar o número de meias que o Eduardo estendeu, basta substituir o número de shorts encontrado na etapa anterior.

$$\begin{cases} s = 5 \\ -2m - 4s = -40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s = 5 \\ -2m - 4 \times 5 = -40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s = 5 \\ -2m - 20 = -40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s = 5 \\ -2m = -40 + 20 \end{cases}$$

Para conseguir determinar o número de meias que o Eduardo estendeu, basta substituir o número de shorts encontrado na etapa anterior.

$$\begin{cases} s = 5 \\ -2m = -20 \end{cases} \qquad \times(-1)$$

$$\begin{cases} s = 5 \\ 2m = 20 \end{cases}$$

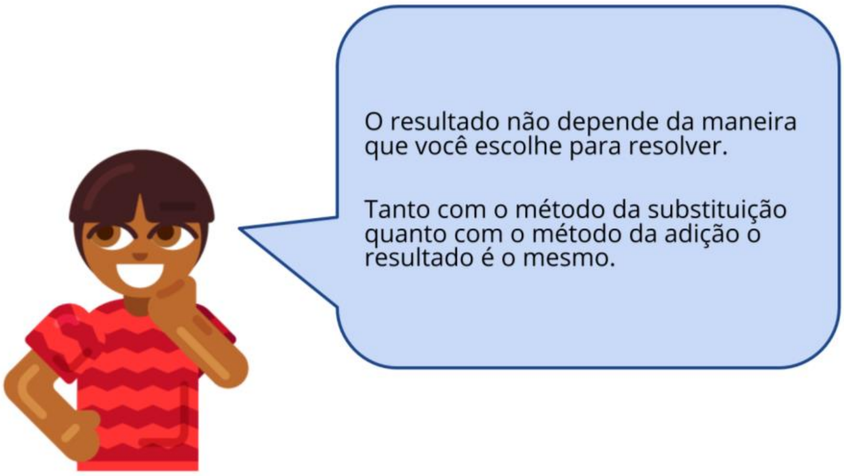
$$\begin{cases} s = 5 \\ m = \frac{20}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} s = 5 \\ m = 10 \end{cases}$$

Encontramos a mesma solução do problema proposto no raio-x da aula passada.

$$\begin{cases} s = 5 \\ m = 10 \end{cases}$$

Podemos concluir que Eduardo estendeu 5 sorts e 10 meias.




```
Observe o exemplo:
Ana e Jorge possuem juntos 10 figurinhas. Ana tem 2 figurinhas a mais que
Jorge.
```

$$\begin{cases} a + j = 10 \\ a = j + 2 \end{cases}$$

Neste caso, utilizar o método da substituição acaba sendo um pouco mais prático uma vez que a estrutura necessária para resolver utilizando o método da substituição já está explícita.

Agora, veja:

Ao dizer que Ana tem duas figurinhas a mais que Jorge, a pessoa pode entender que a diferença entre o número de figurinhas de Ana e Jorge é igual a 2. Neste sentido, o sistema poderia ser escrito da seguinte maneira:

$$\begin{cases} a + j = 10 \\ a - j = 2 \end{cases}$$

Neste caso, a resolução mais simples seria através do método da adição, uma vez que é possível eliminar uma das variáveis a partir da primeira etapa deste processo sem precisar multiplicar os termos de nenhuma equação por uma constante.

Atividade 3

1) Maria juntou R$20,00 apenas com moedas de 25 e de 50 centavos. Sabendo que ela contou ao todo 55 moedas, quantas moedas de R$0,50 ela possui?

2) Matheus e Mariana possuem juntos 35 anos. A diferença de suas idades é igual a 1. Qual é a idade de Matheus sabendo que ele é mais velho que Mariana?

3) [Desafio] Antônio, Beto e Carlos possuem juntos 240 reais. Se Antônio perder exatamente o valor que Carlos possui, sabemos que Antônio e Beto ficarão juntos com 140 reais. Por outro lado, se Antônio perder a mesma quantidade de dinheiro que Beto possui, Antônio e Carlos juntos ficarão com 100 reais. Qual é o valor que Antônio possui?

Referência: www.novaescola.org.br