Prefeitura de Santos
Secretaria de Educação

ROTEIRO DE ESTUDO/ATIVIDADES
2° TRIMESTRE - 2021

UME: PROFESSOR FLORESTAN FERNANDES
ANO: 8° ANOS - COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA
PROFESSOR: EDNILSON SANTOS
PERÍODO: 23/08/2021 a 31/08/2021

Habilidades trabalhadas: EF08MA08.
Objetivo de aprendizagem: Sistemas de equações polinomiais de 1° grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano.

ROTEIRO DE ESTUDO - 8 °ANOS

ORIENTAÇÕES:
1. Assista a vídeo aula;
2. Observe atentamente os exercícios demonstrativos;
3. Copie o enunciado dos exercícios em seu caderno
4. Resolva cada exercício, fazendo todos os cálculos necessários;
5. Identifique, com o seu nome e sua classe, cada imagem que enviar para o professor;
6. Envie a atividade ao professor pelo e-mail:
{professorednilsonumeff@gmail.com}

Vídeo aula:

https://www.youtube.com/watch?v=zoAI2f-JouA

https://www.youtube.com/watch?v= fdbafrK9bE

ROTEIRO DE ESTUDO

Representações gráficas

Soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas

Dada uma equação do 1º grau com duas incógnitas, existem infinitos pares de números que são soluções dessa equação.

Como exemplo, vamos considerar a equação $x + y = 3$. Como $x + y = 3$ e $y = 3 - x$ são equações equivalentes, os pares ordenados que satisfazem a equação considerada são da forma:

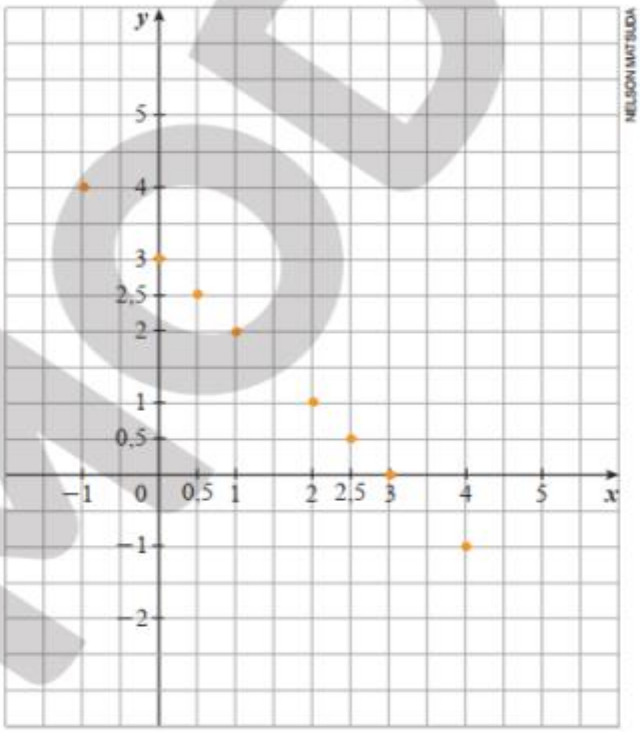
$$(x, \underbrace{3 - x}_{y})$$

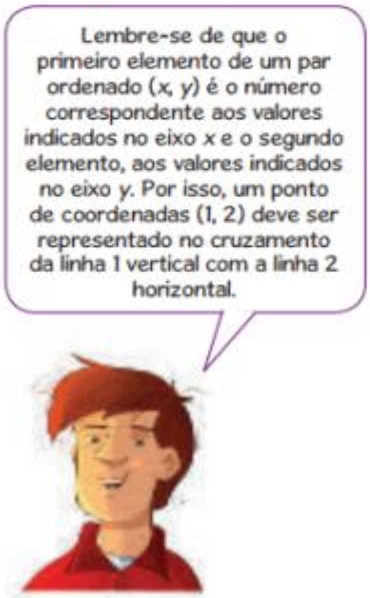
Para determinar alguns desses pares, atribuímos a x qualquer valor e encontramos o valor correspondente de y. Veja abaixo alguns desses pares.

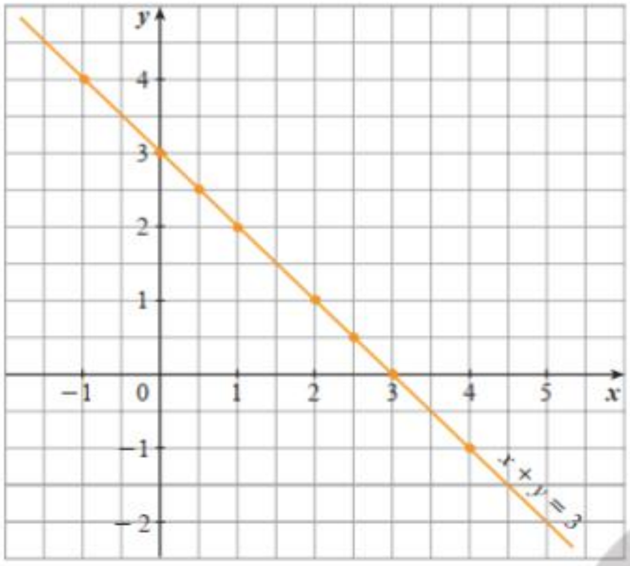
x	−1	0	0,5	1	2	2,5	3	4
$y = 3 - x$	4	3	2,5	2	1	0,5	0	−1
Par obtido	(−1, 4)	(0, 3)	(0,5; 2,5)	(1, 2)	(2, 1)	(2,5; 0,5)	(3, 0)	(4, −1)

Os pares ordenados (−1, 4), (0, 3), (0,5; 2,5), (1, 2), (2, 1), (2,5; 0,5), (3, 0) e (4, −1) são algumas soluções da equação $x + y = 3$.

Vamos representar esses pares ordenados no plano cartesiano abaixo.







- A reta que contém esses pontos é a solução gráfica da equação $x + y = 3$.
- Qualquer ponto que pertença a essa reta será solução da equação $x + y = 3$.
- Nenhum ponto fora dessa reta é solução da equação $x + y = 3$.

Sabemos que por dois pontos passa uma única reta; então, para representar graficamente as soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas é suficiente:

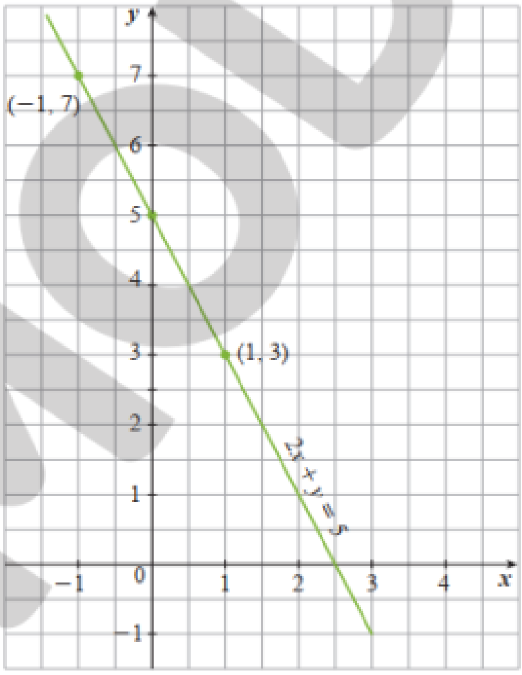
- determinar dois pontos que sejam solução da equação;
- localizar esses pontos no plano cartesiano;
- traçar a reta determinada por esses pontos.

Observe o exemplo a seguir.

Vamos representar graficamente soluções da equação $2x + y = 5$.

Para isso, determinamos dois pares ordenados que sejam solução da equação.

- Para $x = 1$, temos:
  $2 \cdot 1 + y = 5$
  $y = 3$
  Logo, obtemos o par (1, 3).
- Para $x = -1$, temos:
  $2 \cdot (-1) + y = 5$
  $y = 7$
  Logo, obtemos o par (−1, 7).



Portanto, os pares (1, 3) e (−1, 7) são soluções da equação $2x + y = 5$. Em seguida, localizamos no plano cartesiano os pontos que representam esses pares ordenados e traçamos a reta que os contém.

A reta obtida representa graficamente as soluções da equação $2x + y = 5$.

Solução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas

Agora, vamos considerar o sistema $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ formado pelas equações $x + y = 3$ e $2x + y = 5$.

Resolvendo-o por qualquer um dos métodos estudados, obtemos como solução o par ordenado (2, 1). Podemos encontrar graficamente essa solução. Para isso, é necessário traçar em um mesmo plano cartesiano as duas retas que representam as soluções das equações que formam o sistema.

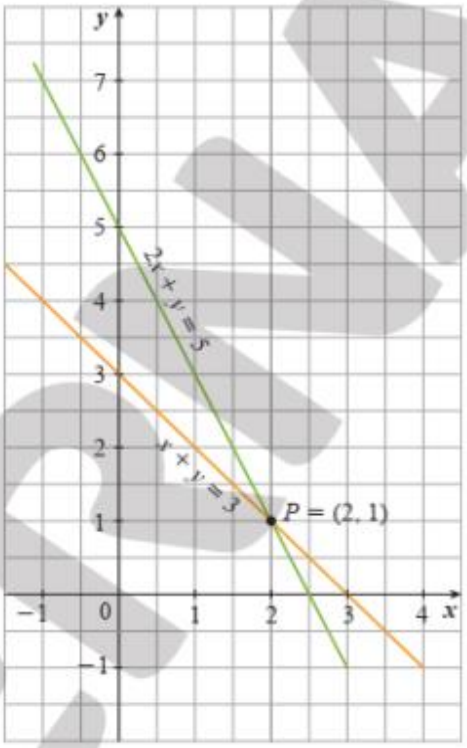
Como para traçar uma reta basta conhecer dois de seus pontos, atribuímos dois valores a uma das incógnitas e calculamos os valores correspondentes da outra. Assim, obtemos pares ordenados que são coordenadas de dois dos pontos da reta.

$x + y = 3$

x	y	(x, y)
0	3	(0, 3)
3	0	(3, 0)

$2x + y = 5$

x	y	(x, y)
0	5	(0, 5)
2,5	0	(2,5; 0)



Observe que no plano cartesiano acima traçamos as retas que representam soluções das equações que formam o sistema. Como o ponto P, e só ele, pertence às duas retas, suas coordenadas satisfazem as duas equações; logo, o par ordenado (2, 1), intersecção das duas retas, é a solução do sistema.

Classificação de um sistema de equações

Um sistema de equações, conforme o número de soluções, pode ser classificado em **determinado**, **impossível** ou **indeterminado**.

Pela resolução gráfica fica mais simples entender a classificação dada a um sistema. No entanto, nem sempre é possível chegar à solução, exata, quando existe, do sistema por esse método.

Sistema determinado

Um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas é **determinado** quando apresenta **uma única solução**. Veja um exemplo.

Vamos resolver o sistema: $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$

- **Resolução algébrica**

Pelo método da adição, temos:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases} \downarrow \text{ Adicionando}$$

$$\overline{2x + 0 = 10}$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$$

$$x = 5$$

Substituindo x por 5 na equação $x + y = 7$, temos:

$$x + y = 7$$
$$5 + y = 7$$
$$y = 7 - 5$$
$$y = 2$$

Logo, o par (5, 2) é a solução desse sistema.

- **Resolução gráfica**

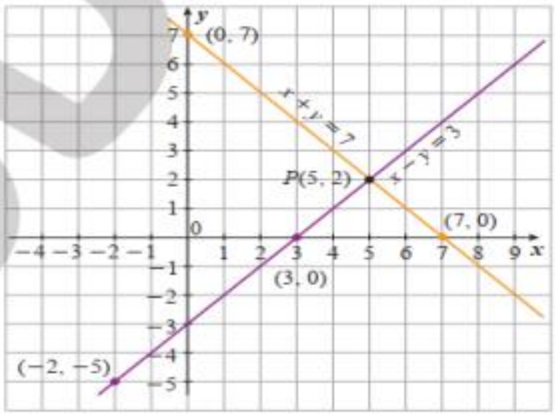
Vamos construir em um mesmo plano cartesiano as retas que representam as soluções gráficas de cada equação.

$x + y = 7$

x	y	(x, y)
7	0	(7, 0)
0	7	(0, 7)

$x - y = 3$

x	y	(x, y)
3	0	(3, 0)
−2	−5	(−2, −5)



Observe que:

- as retas são concorrentes no ponto P;
- as coordenadas do ponto P determinam o par ordenado (5, 2), que é a única solução do sistema.

Se um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas é **determinado**, então as retas que representam as soluções das duas equações no plano cartesiano são **retas concorrentes**.

Sistema impossível

Um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas é **impossível** quando **não existe par ordenado que seja solução** das duas equações simultaneamente. Veja um exemplo.

Vamos resolver o sistema: $\begin{cases} 2x + 6y = 10 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$

- **Resolução gráfica**

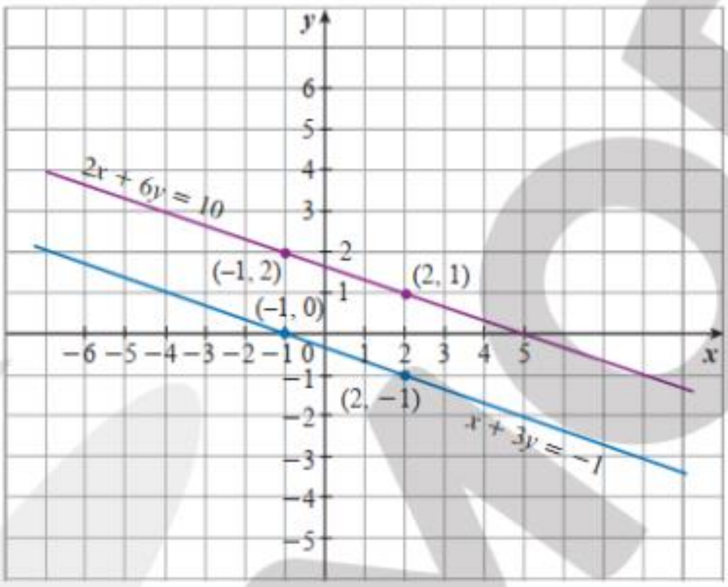
Vamos construir, em um mesmo plano cartesiano, as retas que representam as soluções gráficas de cada equação.

$2x + 6y = 10$

x	y	(x, y)
−1	2	(−1, 2)
2	1	(2, 1)

$x + 3y = -1$

x	y	(x, y)
−1	0	(−1, 0)
2	−1	(2, −1)



Observe que:

- as retas são distintas e paralelas;
- não existe par ordenado que seja solução do sistema.

Se um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas é **impossível**, então as retas que representam as soluções das duas equações no plano cartesiano são **retas paralelas**.

Sistema indeterminado

Um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas é **indeterminado** quando tem **infinitas soluções**.

Como qualquer número multiplicado por zero é igual a zero, existem infinitos valores de y de modo que $0y = 0$. O sistema apresenta infinitas soluções.

Veja alguns dos infinitos pares (x, y) que verificam as duas equações do sistema dado.

a) (1, 1)

Na primeira equação, temos:

$2x + 6y = 8$
$2 \cdot (1) + 6 \cdot (1) = 8$
$2 + 6 = 8$
$8 = 8$ (verdadeiro)

Na segunda equação, temos:

$x + 3y = 4$
$1 + 3 \cdot (1) = 4$
$1 + 3 = 4$
$4 = 4$ (verdadeiro)

b) (−2, 2)

Na primeira equação, temos:

$2x + 6y = 8$
$2 \cdot (-2) + 6 \cdot (2) = 8$
$-4 + 12 = 8$
$8 = 8$ (verdadeiro)

Na segunda equação, temos:

$x + 3y = 4$
$(-2) + 3 \cdot (2) = 4$
$-2 + 6 = 4$
$4 = 4$ (verdadeiro)

c) (−5, 3)

Na primeira equação, temos:

$2x + 6y = 8$
$2 \cdot (-5) + 6 \cdot (3) = 8$
$-10 + 18 = 8$
$8 = 8$ (verdadeiro)

Na segunda equação, temos:

$x + 3y = 4$
$(-5) + 3 \cdot (3) = 4$
$-5 + 9 = 4$
$4 = 4$ (verdadeiro)

Os pares (1, 1), (−2, 2) e (−5, 3) são algumas das infinitas soluções do sistema.

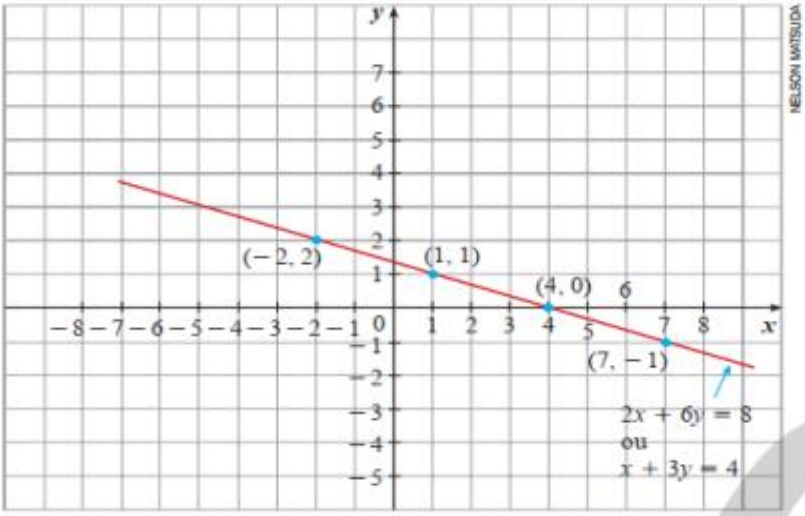
- **Resolução gráfica**

$2x + 6y = 8$

x	y	(x, y)
1	1	(1, 1)
4	0	(4, 0)

$x + 3y = 4$

x	y	(x, y)
−2	2	(−2, 2)
7	−1	(7, −1)



Observe que:

- as retas são coincidentes;
- existem infinitos pontos cujas coordenadas são soluções do sistema.

Se um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas é **indeterminado**, as retas que representam as soluções das duas equações no plano cartesiano são **retas coincidentes**.

Resumindo:

- **Sistema determinado:** tem uma única solução e as retas que representam as soluções das equações do sistema são concorrentes.
- **Sistema impossível:** não tem solução e as retas que representam as soluções das equações do sistema são paralelas.
- **Sistema indeterminado:** tem infinitas soluções e as retas que representam as soluções das equações do sistema são coincidentes.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) Resolva graficamente os sistemas abaixo, usando uma folha de papel quadriculado. Em seguida, classifique-os em determinado, indeterminado ou impossível.

a) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 3x + y = -2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = -4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$

2) Usando uma folha de papel quadriculado, resolva graficamente os sistemas e classifique-os como determinado, indeterminado ou impossível.

a) $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + 2y = 17 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = -9 \\ x + 6y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = -4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 6x - 3y = 6 \end{cases}$