



**Prefeitura de Santos
Secretaria de Educação**



ROTEIRO DE ESTUDO/ATIVIDADES

UME: PROFESSOR FLORESTAN FERNANDES

ANO: 9º ANOS - COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA

PROFESSOR: EDNILSON SANTOS

PERÍODO: 03/05/2021 a 18/05/2021

Habilidades trabalhadas: EF08MA078.

Objetivo de aprendizagem: Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.

ROTEIRO DE ESTUDO - 9º ANOS

ORIENTAÇÕES:

1. Assista a vídeo aula;
2. Observe atentamente os exercícios demonstrativos;
3. Faça em seu caderno os exercícios de fixação;
4. Envie a atividade ao professor por:
{e-mail: professorrednilsonumeff@gmail.com ou WhatsApp: (13) 98871-1320}

Vídeo aula:

<https://www.youtube.com/watch?v=iKjacLy7l-w>

<https://www.youtube.com/watch?v=0uDhagNz2YQ&t=342s>

<https://www.youtube.com/watch?v=kkGHXT7Vrsk>

<https://www.youtube.com/watch?v=0nCJB5pOpt4>

<https://www.youtube.com/watch?v=DDYi49aFvr8>

https://www.youtube.com/watch?v=5XJ7VF_03Tc

https://www.youtube.com/watch?v=ACv2Am_EcJ0

<https://www.youtube.com/watch?v=3qVVYShP4hQ&t=21s>

<https://www.youtube.com/watch?v=3qVVYShP4hQ>

ROTEIRO DE ESTUDO



Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais

As ideias envolvendo razões e proporções estão relacionadas a diversos conteúdos matemáticos e já foram estudadas no volume do 8º ano. Vamos rever esses conceitos.

Grandezas diretamente proporcionais

Uma torneira está em mau estado de conservação e apresenta gotejamento constante, desperdiçando 1,5 litro por hora. Veja no quadro ao lado algumas medidas de volume de água desperdiçada por essa torneira, em litro, para medidas de tempo correspondentes, em hora.

Medida do tempo decorrido (em hora)	0	1	2	3	6
Medida de volume (em litro)	0	1,5	3	4,5	9

Dizemos que a medida do volume desperdiçado é **diretamente proporcional** ao tempo decorrido. Observando os dados, vemos que a medida do volume (V), em litro, é dada pela medida do tempo decorrido (t), em hora, multiplicada por uma constante, no caso, 1,5:

$$V = t \cdot 1,5$$

Quando duas grandezas x e y são **diretamente proporcionais**, podemos obter uma delas como o produto da outra por uma constante k :

$$y = k \cdot x$$

No exemplo acima, como cada hora decorrida com a torneira pingando corresponde ao desperdício de 1,5 L de água, podemos dizer que a taxa de variação entre essas grandezas é de 1,5 litro por hora, isto é, 1,5 L/h. A cada hora que passa, aumenta em 1,5 L o volume desperdiçado.

Veja outro exemplo envolvendo a ideia de proporcionalidade direta, chamada de **divisão em partes diretamente proporcionais**.

Uma empresa quer lançar um produto no mercado e uma etapa importante desse processo é a determinação do preço de venda desse produto, composto, neste caso, de **custos fixos** (fabricação, despesas administrativas, etc.), **custos variáveis** (frete, embalagem), **impostos** e **margem de lucro**, em partes diretamente proporcionais a 3, 2, 2 e 1, respectivamente. Sabendo que o preço de venda do produto será de R\$ 96,00, obtenha o valor correspondente a cada parte que compõe o seu preço.

Dizer que o preço é composto de partes proporcionais a 3, 2, 2 e 1 significa que ele pode ser dividido em 8 partes iguais ($3 + 2 + 2 + 1 = 8$). Chamando de x o valor correspondente a cada uma dessas 8 partes, temos a seguinte divisão do preço de venda.

O preço total equivale a $x + 2x + 2x + 3x = 96$, portanto $8x = 96$; logo, $x = 12$.

Assim, a parte correspondente à margem de lucro é igual a R\$12,00, as partes correspondentes aos custos variáveis e aos impostos são de R\$24,00 cada e aos custos fixos, R\$ 36,00.

Grandezas inversamente proporcionais

Uma prova de hipismo atribui uma pontuação conforme a medida do tempo de realização do percurso.

Vamos analisar a situação por meio do quadro a seguir.

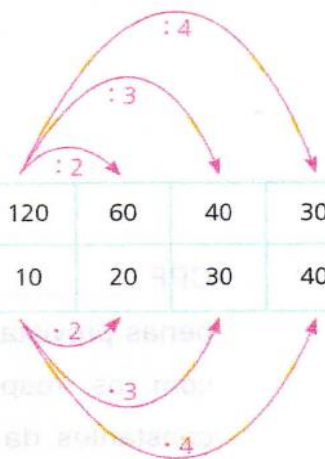
Quando multiplicamos por 2 a pontuação obtida, a medida do tempo correspondente para a realização do percurso é dividida por 2.

Ao multiplicarmos por 3 a pontuação obtida, a medida do tempo correspondente para a realização do percurso é dividida por 3, e assim por diante.

Dizemos que a pontuação obtida e o tempo correspondente para a realização do percurso são **grandezas inversamente proporcionais**.

Nessa situação, podemos observar que a pontuação obtida multiplicada pela medida do tempo correspondente para a realização do percurso é igual a uma constante, no caso, 1 200.

Medida do tempo para realização do percurso (em segundo)	120	60	40	30
Pontuação obtida	10	20	30	40



Quando duas grandezas x e y são **inversamente proporcionais**, o produto delas é igual a uma constante

$$x \cdot y = k$$

Problemas com mais de duas grandezas proporcionais

Vamos agora resolver problemas que envolvam mais de duas grandezas proporcionais.

Situação 1

Felipe levou 12 dias para digitar um documento, trabalhando 4 horas diariamente, digitando, em média, 120 toques por minuto. Danilo, que digita em média 40 toques por minuto, preferiu trabalhar 8 horas diárias para realizar o mesmo trabalho que Felipe. Quantos dias Danilo levará para concluir esse trabalho?

Homem digitando no computador.



Para responder a essa pergunta, construímos inicialmente um quadro, em que x representa o número de dias que Danilo levará para concluir o trabalho.

Número de dias	Número de horas diárias de trabalho	Número de toques por minuto
12	4	120
x	8	40

Vamos comparar a grandeza número de dias com cada uma das outras duas grandezas.

Observe que as grandezas número de dias e número de horas diárias de trabalho são inversamente proporcionais e que as grandezas número de dias e número de toques por minuto também são inversamente proporcionais.

Desse modo, a razão entre os números de dias é igual ao produto da razão inversa dos números de toques pela razão inversa dos números de horas diárias de trabalho:

$$\begin{array}{ccc} \text{Razão entre os} & \text{Razão inversa dos} & \text{Razão inversa dos números} \\ \text{números de dias} & \text{números de toques} & \text{de horas diárias de trabalho} \\ \\ \frac{12}{x} & = & \frac{40}{120} \cdot \frac{8}{4} \end{array}$$

Logo:

$$x = 12 \cdot \frac{120}{40} \cdot \frac{4}{8} \Rightarrow x = 18$$

Situação 2

Paula é a engenheira responsável por uma obra. Ela precisou de 6 horas de trabalho para que 12 caminhões de mesma capacidade descarregassem 120 m^3 de concreto no canteiro de obras. Amanhã, ela terá disponíveis apenas 6 desses caminhões para descarregar 180 m^3 de concreto. Quanto tempo deverá durar esse trabalho?

Caminhões em um canteiro de obras.



Para responder a essa pergunta, construímos inicialmente um quadro, em que x representa o número de horas de trabalho procurado.

Número de horas de trabalho	Número de caminhões	Volume de concreto (m³)
6	12	120
x	6	180

Vamos comparar a grandeza número de horas de trabalho com cada uma das outras duas grandezas. Observe que as grandezas número de horas de trabalho e número de caminhões são inversamente proporcionais e que as grandezas número de horas de trabalho e volume de concreto são diretamente proporcionais.

Desse modo, a razão entre os números de horas de trabalho é igual ao produto da razão entre os volumes de concreto pela razão inversa dos números de caminhões:

$$\begin{array}{ccc} \text{Razão entre os números} & \text{Razão entre os} & \text{Razão inversa dos números} \\ \text{de horas de trabalho} & \text{volumes de concreto} & \text{de caminhões} \\ \frac{6}{x} & = & \frac{120}{180} \cdot \frac{6}{12} \end{array}$$

Logo:

$$x = 6 \cdot \frac{180}{120} \cdot \frac{12}{6} \Rightarrow x = 18$$

Portanto, o trabalho vai durar 18 horas.

Razão entre segmentos e segmentos proporcionais

Considere os segmentos de reta representados a seguir.

A — 1 cm — B

G — 3 cm — H

C — 2 cm — D

I — 6 cm — J

E — 4 cm — F

Lembre-se: Usamos a notação AB para indicar a medida do comprimento do segmento $\overline{AB}$.



Para obter a razão entre o segmento $\overline{AB}$ e o segmento $\overline{CD}$, calculamos a razão entre as medidas correspondentes, considerando uma mesma unidade de medida de comprimento.

Indicamos assim: $\frac{AB}{CD} = \frac{1}{2}$.

Podemos também calcular a razão entre o segmento $\overline{CD}$ e o segmento $\overline{AB}$, que é dada por $\frac{CD}{AB} = \frac{2}{1} = 2$.

A razão entre dois segmentos é a razão entre as medidas dos comprimentos desses segmentos em uma mesma unidade de medida de comprimento.

Note que o segmento $\overline{AB}$ "cabe" duas vezes no segmento $\overline{CD}$, ou seja, a medida do comprimento do segmento $\overline{CD}$ tem o dobro da medida do comprimento do segmento $\overline{AB}$.

Observe que a razão entre o segmento $\overline{GH}$ e o segmento $\overline{IJ}$ é igual a $\frac{3}{6}$, que equivale a $\frac{1}{2}$.

Quando temos duas razões iguais entre dois pares de segmentos, dizemos que essas razões formam uma proporção.

Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{GH}$ e $\overline{IJ}$, nessa ordem, são segmentos proporcionais, pois $\frac{AB}{CD} = \frac{GH}{IJ} = \frac{1}{2}$. Dizemos que $\frac{1}{2}$ é o **coeficiente de proporcionalidade** dessa proporção.



Estúdio Lab 307/Arquivo da editora

Responda no caderno:
Qual é a razão entre o segmento $\overline{EF}$ e o segmento $\overline{GH}$? E a razão entre $\overline{GH}$ e $\overline{CD}$?

A razão entre dois segmentos indica quantas vezes um segmento "cabe" em outro.

Responda no caderno.
Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ e $\overline{KL}$, nessa ordem, são segmentos proporcionais. Para que essa afirmação seja verdadeira, qual deve ser a medida do segmento $\overline{KL}$?

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Atividades

1. Ao olhar um mapa com escala desconhecida, Fernanda observou que a distância entre as cidades A e B mede, no mapa, 3,0 cm. Ao consultar outro mapa, com escala 1 : 1 200 000, ela mediu a distância entre as duas cidades e obteve 4,5 cm. Qual é a escala do primeiro mapa?
2. Em uma receita, Gabriel deseja substituir a farinha comum por uma mistura de farinha comum, farinha integral e farinha de amêndoas, na proporção 6 : 2 : 1, respectivamente. Sabendo que a receita que ele vai seguir pedia originalmente 3 xícaras de chá de farinha comum, e que 1 xícara de chá de farinha de qualquer um dos tipos acima equivale a 165 g, determine quantos gramas de farinha comum, integral e de amêndoas ele utilizará se fizer a substituição na proporção indicada.
3. O consumo de 8 lâmpadas, acesas durante 5 horas por dia, em 18 dias, é de 72 kWh. Qual será o consumo em 12 dias deixando 10 dessas lâmpadas acesas durante 4 horas por dia?

4. Simplifique cada razão a seguir escrevendo-a na forma de fração irredutível.

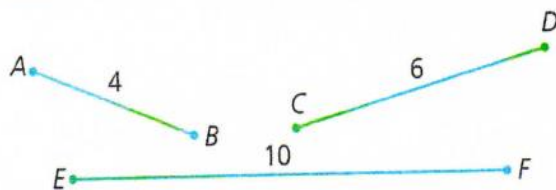
- a) $\frac{9}{21}$
b) $\frac{12}{48}$
c) $\frac{18}{24}$
d) $\frac{75}{45}$

5. Sabendo que as igualdades a seguir são proporções, determine em cada caso o valor desconhecido.

- a) $\frac{x}{8} = \frac{9}{24}$ c) $\frac{15}{z} = \frac{5}{7}$
b) $\frac{12}{18} = \frac{8}{y}$ d) $\frac{2}{6} = \frac{w}{48}$

6. Observe os segmentos representados a seguir.

Ilustrações:
Banco de imagens/
Arquivo da editora



Em cada caso, determine na forma simplificada a razão indicada por:

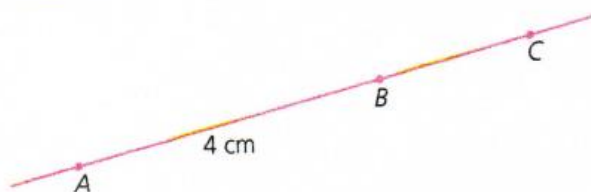
- a) $\frac{AB}{CD}$ b) $\frac{AB}{EF}$ c) $\frac{EF}{CD}$ d) $\frac{CD}{AB}$

7. Responda às questões a seguir.

- a) A razão entre um número x e 3 é igual a 5. Qual é o valor de x ?
b) Qual é o número y cuja razão entre 12 e y é igual a 6?

8. Os três pontos da figura a seguir pertencem à mesma reta.

Banco de imagens/
Arquivo da editora



Sabendo que o comprimento do segmento $\overline{AC}$ mede 6 cm, determine, na forma de fração irredutível, a razão indicada por $\frac{BC}{AB}$.

9. Considere um triângulo cuja razão entre as medidas de dois de seus lados é igual a 1. Qual é a classificação desse triângulo quanto à medida dos lados?

10. A razão entre as medidas da base e da altura de um triângulo retângulo é igual a 2. Sabendo que a área desse triângulo mede 16 cm^2 , obtenha a medida da base e a da altura.

Resolução

Considerando x a medida da base do triângulo, y a medida da altura e sabendo que a razão entre a base e a altura desse triângulo é igual a 2, temos: $\frac{x}{y} = 2$

Logo, $x = 2y$, ou seja, a medida da base é igual ao dobro da medida da altura.

Como a área desse triângulo mede 16 cm^2 , temos o seguinte:

$$y \cdot y = 16 \Rightarrow y = 4 \text{ ou } y = -4$$

Como a incógnita y representa uma medida de comprimento, o valor negativo não é solução do problema. Logo, $y = 4$.

Portanto, a medida da base desse triângulo retângulo é 8 cm (pois $2 \cdot 4 = 8$) e a medida da altura é 4 cm.

11. Desenhe em seu caderno um segmento $\overline{AB}$ cujo comprimento meça 12 cm. Depois, divida esse segmento em três partes, $\overline{AP}$, $\overline{PQ}$ e $\overline{QB}$, de modo que $\frac{AP}{PQ} = \frac{3}{2}$ e $\frac{PQ}{QB} = 2$.

12. O comprimento do menor lado de um retângulo mede 4,8 cm e a razão entre esse lado e o lado maior é igual a 0,8. Determine a medida:

- a) do comprimento do lado maior desse retângulo;
b) do perímetro desse retângulo;
c) da área desse retângulo.

13. Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$ formam, nessa ordem, uma proporção. Sabendo que $AB = 4 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$ e que o comprimento de $\overline{CD}$ mede 7 cm a menos que o de $\overline{DE}$, obtenha a medida do comprimento de $\overline{CD}$ e a medida do comprimento de $\overline{DE}$.