Prefeitura de Santos
Secretaria de Educação

ROTEIRO DE ESTUDO/ATIVIDADES

UME: PROFESSOR FLORESTAN FERNANDES
ANO: 9° ANOS - COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA
PROFESSOR: EDNILSON SANTOS
PERÍODO: 30/11/2020 a 13/12/2020

Habilidades trabalhadas: EF09MA013 e EF09MA014.
Objetivo de aprendizagem: Demonstrar e resolver relações métricas do triângulo retângulo e de aplicações do teorema de Pitágoras.

ROTEIRO DE ESTUDO - 9°ANOS

ORIENTAÇÕES:

1. Assista a vídeo aula;
2. Observe atentamente os exercícios demonstrativos;
3. Faça em seu caderno os exercícios de fixação;
4. Envie a atividade ao professor por:

{WhatsApp: (13)98871-1320 ou e-mail: professorednilsonumeff@gmail.com}

Vídeo aula:

https://www.youtube.com/watch?v=gQMrQFZd1jQ

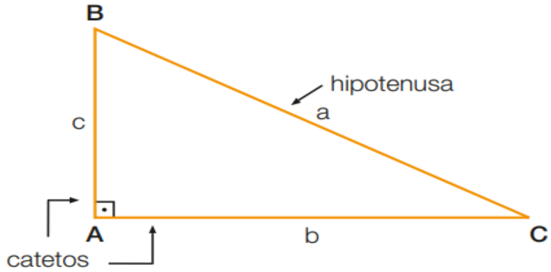
https://www.youtube.com/watch?v=PbEcSMXy7gA

ROTEIRO DE ESTUDO

Relações métricas no triângulo retângulo

Os elementos de um triângulo retângulo recebem denominações especiais; assim, para um triângulo ABC retângulo em **A**, temos que:

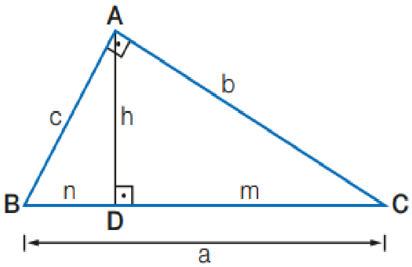
- o lado **a** (ou de medida **a**), oposto ao ângulo $\hat{A}$, é a *hipotenusa*;
- os lados **b** e **c** (ou de medidas **b** e **c**), opostos, respectivamente, aos ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$, são os *catetos*.

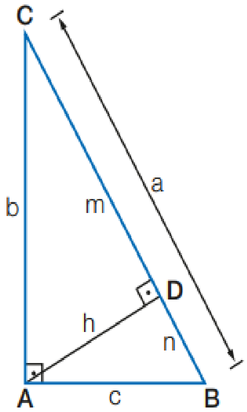


Vamos traçar a altura $\overline{AD}$ relativa à hipotenusa. Observe as figuras abaixo, com o triângulo ABC em duas posições diferentes.

Empregaremos as letras **m**, **n** e **h** para representar:

- m = projeção do cateto **b** sobre a hipotenusa;
- n = projeção do cateto **c** sobre a hipotenusa;
- h = altura relativa à hipotenusa.

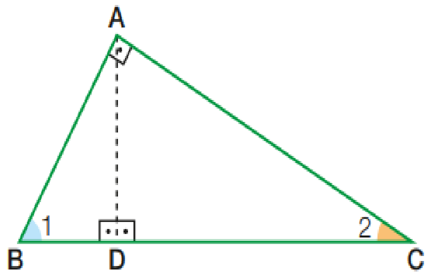




Semelhanças no triângulo retângulo

O triângulo ABC, representado ao lado, é retângulo em **A**.

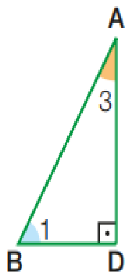
No triângulo ABC, os ângulos $\hat{1}$ e $\hat{2}$ são complementares, ou seja, a soma de suas medidas é igual a 90°.



Destacando a altura $\overline{AD}$, relativa à hipotenusa do triângulo ABC, obtemos dois outros triângulos retângulos: $\triangle DBA$ e $\triangle DAC$.

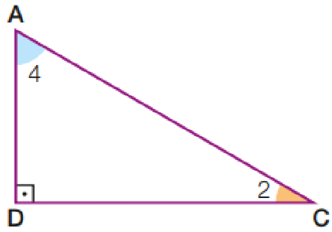
O ângulo $\hat{3}$ do triângulo DBA é complemento do ângulo $\hat{1}$; então, é congruente ao ângulo $\hat{2}$, do triângulo DAC, acima.

$\hat{3} \equiv \hat{2}$



O ângulo $\hat{4}$ do triângulo DAC é complemento do ângulo $\hat{2}$; então, é congruente ao ângulo $\hat{1}$.

$$\hat{4} \equiv \hat{1}$$

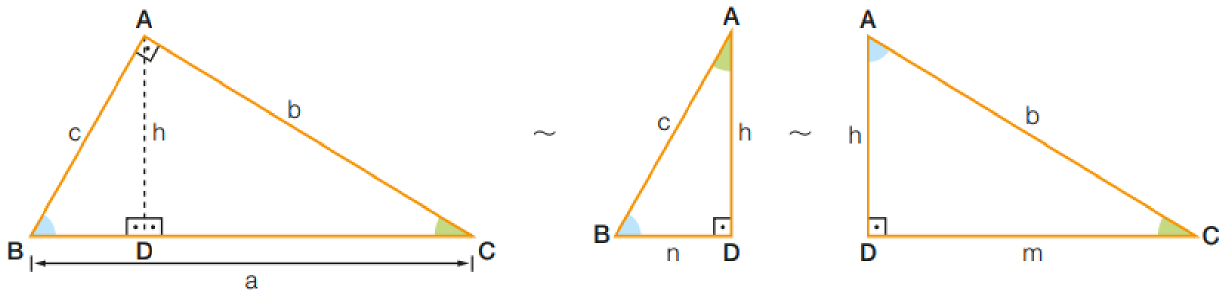


Os triângulos ABC, DBA e DAC têm os ângulos respectivamente congruentes; portanto, são semelhantes.

$$\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$$

Relações métricas no triângulo retângulo

Observe, abaixo, o triângulo ABC, retângulo em **A**, de altura $\overline{AD}$.



Vamos explorar a semelhança dos triângulos ABC, DBA e DAC:

$$\triangle ABC \sim \triangle DBA \Rightarrow \frac{BC}{AB} = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{c}{n} \Rightarrow c^2 = a \cdot n \quad ①$$

$$\triangle ABC \sim \triangle DAC \Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{m} \Rightarrow b^2 = a \cdot m \quad ②$$

$$\triangle DBA \sim \triangle DAC \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{BD}{AD} \Rightarrow \frac{h}{m} = \frac{n}{h} \Rightarrow h^2 = m \cdot n \quad ③$$

As relações ①, ② e ③ são as principais relações métricas no triângulo retângulo.

As relações ①, ② e ③ são as principais relações métricas no triângulo retângulo.

Em qualquer triângulo retângulo:

- cada cateto é média proporcional (ou média geométrica) entre sua projeção sobre a hipotenusa e a hipotenusa:

$$b^2 = a \cdot m \quad e \quad c^2 = a \cdot n$$

- a altura relativa à hipotenusa é média geométrica (ou média proporcional) entre os segmentos que determina na hipotenusa:

$$h^2 = m \cdot n$$

Dessas três relações, decorrem outras. Vamos destacar duas:

- Multiplicando membro a membro as relações ① e ② e, em seguida, usando a ③, obtemos:

$$\left.\begin{array}{l} b^2 = a \cdot m \\ c^2 = a \cdot n \end{array}\right\} \Rightarrow b^2 \cdot c^2 = a^2 \cdot \underbrace{m \cdot n}_{③} \Rightarrow b^2 \cdot c^2 = a^2 \cdot h^2 \Rightarrow b \cdot c = a \cdot h$$

Em qualquer triângulo retângulo o produto dos catetos é igual ao produto da hipotenusa pela altura relativa a ela:

$$b \cdot c = a \cdot h$$

- Adicionando membro a membro as relações ① e ② e observando que $m + n = a$, obtemos:

$$\left.\begin{array}{l} b^2 = a \cdot m \\ c^2 = a \cdot n \end{array}\right\} \Rightarrow b^2 + c^2 = a \cdot m + a \cdot n \Rightarrow b^2 + c^2 = a \cdot \underbrace{(m + n)}_{a} \Rightarrow b^2 + c^2 = a^2$$

Em qualquer triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa:

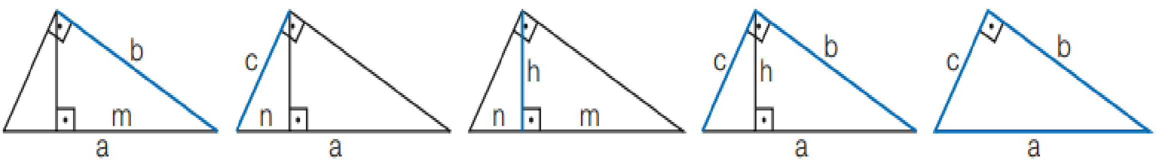
$$b^2 + c^2 = a^2$$

Essa última relação é conhecida como *teorema de Pitágoras*.

Há muitas maneiras de demonstrar a validade do teorema de Pitágoras. Algumas delas, históricas, estão apresentadas no texto da seção "Matemática no tempo" deste capítulo.

Pitágoras, filósofo e matemático, nasceu na ilha de Samos, na Grécia, por volta de 572 a.C. e faleceu em 497 a.C.

Podemos resumir as relações métricas em um triângulo retângulo da seguinte maneira:

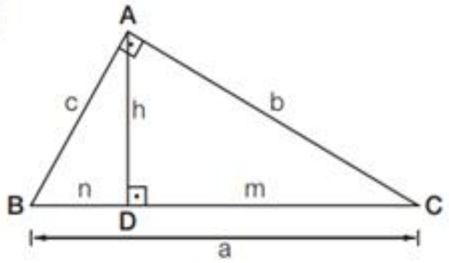


$b^2 = a \cdot m$ $\quad$ $c^2 = a \cdot n$ $\quad$ $h^2 = m \cdot n$ $\quad$ $b \cdot c = a \cdot h$ $\quad$ $b^2 + c^2 = a^2$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

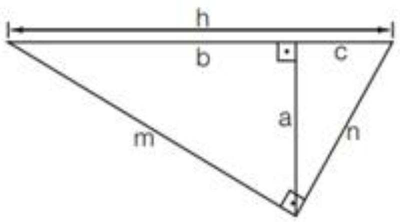
1) Para cada item, use as relações métricas no triângulo retângulo e complete as sentenças substituindo os //// pelos elementos corretos:

a)



- $b^2 = a \cdot$ ////
- $c^2 =$ //// $\cdot\, n$
- $h^2 =$ //// $\cdot$ ////
- $b \cdot c =$ //// $\cdot$ ////
- $b^2 + c^2 =$ ////

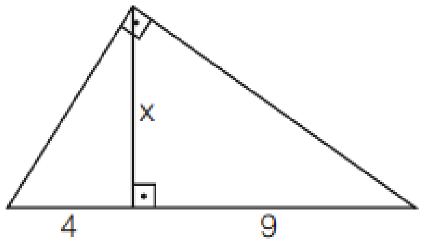
b)



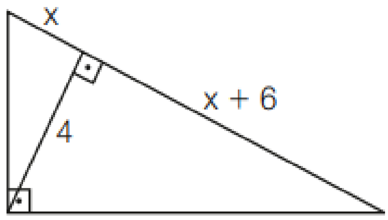
- $c \cdot h =$ ////
- $b \cdot h =$ ////
- $b \cdot c =$ ////
- $m^2 + n^2 =$ ////
- $h \cdot a =$ ////
- $a^2 + c^2 =$ ////
- $a^2 + b^2 =$ ////

2) Determine o valor de **x** em cada item.

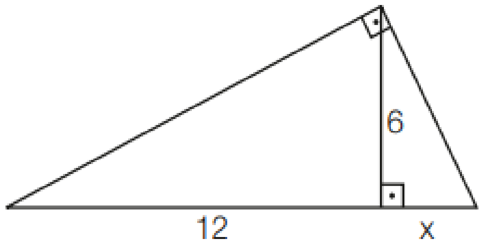
a)



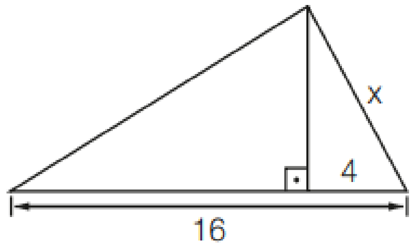
c)



b)

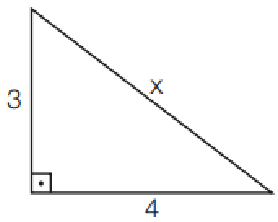


d)

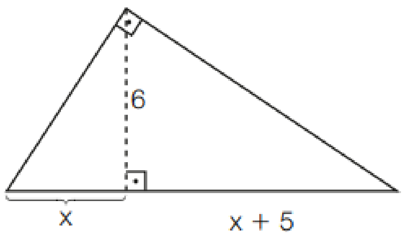


3) Calcule o valor de **x** em cada item.

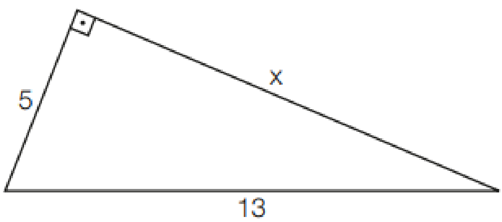
a)



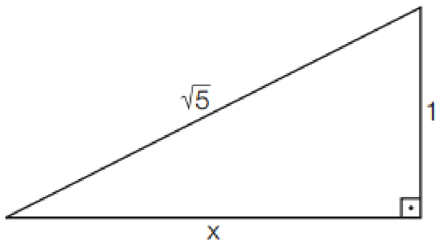
c)



b)



d)



4) Uma escada de 2,5 m de altura está apoiada em uma parede, da qual o pé da escada dista 1,5 m. Determine a altura em que a escada atinge a parede.

5) A altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo mede 12 m, e a hipotenusa mede 25 m. Calcule as medidas dos catetos.

6) Calcule a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo em que a altura relativa a ela mede 6 cm e nela determinam-se dois segmentos cuja diferença é 5 cm.

7) A altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo é de 2,4 cm, e a hipotenusa mede 5 cm. Determine as medidas dos catetos.

8) Num triângulo retângulo, um cateto mede 10 cm, e a altura relativa à hipotenusa mede 6 cm. Determine o outro cateto e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.