



PREFEITURA DE SANTOS
Secretaria de Educação



UME: **Martins Fontes**

ANO: **9º ano**

COMPONENTE CURRICULAR: **MATEMÁTICA**

PROFESSORA: **Danielle**

PERÍODO: **19/11 À 10/12 /2020**

ROTEIRO DE ESTUDOS / ATIVIDADES

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

As relações métricas no triângulo retângulo são parte da geometria plana e se relacionam às medidas correspondentes em triângulos retângulos. Desta forma, a expressão encontra medidas não conhecidas de um triângulo. Assim, conseguimos encontrar catetos, a hipotenusa a partir das semelhanças entre as figuras.

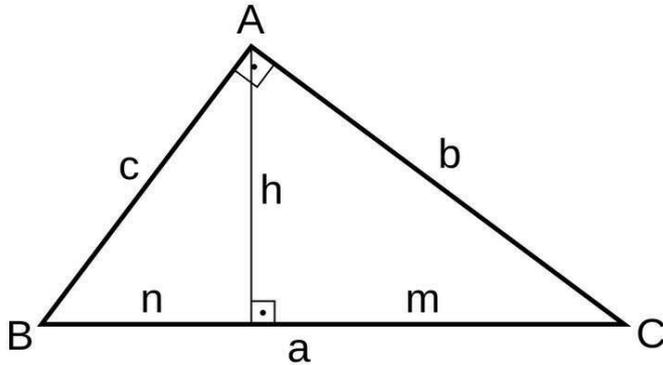
Elementos do triângulo retângulo

O triângulo retângulo um tema muito importante para a geometria plana. É formado por um **ângulo interno** de 90° e os outros dois menores que somados formam 90° . Os dois ângulos agudos do triângulo retângulo são complementares e formam juntos também 90° .

Os elementos de um triângulo retângulo são:

- a: hipotenusa;
- b: cateto;

- c : cateto;
- m : projeção do cateto b sobre a hipotenusa;
- n : projeção do cateto c sobre a hipotenusa;
- h : altura relativa à hipotenusa.



Altura do triângulo permite obter as relações métricas no triângulo retângulo. (Foto: Wikipédia)

Semelhança entre os triângulos

Ao analisar a imagem anterior, percebe-se ainda que dois triângulos retângulos são formados depois de a altura ser marcada a partir do ângulo de 9° até o lado da hipotenusa. Os triângulos apresentados são semelhantes entre si, ou seja, seus ângulos são congruentes e os seus lados são proporcionais.

Na imagem apresentada acima, os triângulos semelhantes. São eles:

$$\mathbf{cnh \sim abc \sim mhb}$$

Relações métricas no triângulo retângulo

Com essas informações iniciais é possível entender e encontrar quatro das relações métricas no triângulo retângulo.

São elas:

1° **a** está para **c**, assim como **b** está para **n**, ou seja;

$$\mathbf{a/c = b/n}$$

$$\mathbf{a.h = b.c}$$

2° **h** está para **m**, assim como **n** está para **h**;

$$\mathbf{h/n = m/h}$$

$$\mathbf{h^2=m.n}$$

3° **a** está para **b**, assim como **c** está para o **n**;

$$\mathbf{a/c = c/m}$$

$$\mathbf{c^2 = a.m}$$

4° **a** está para **b**, assim como **b** está para **m**;

$$\mathbf{a/b = b/m}$$

$$\mathbf{b^2= a.m}$$

Teorema de Pitágoras

A soma do quadrado dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

Ou seja:

$$\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$$

Exemplo:

Conhecendo os valores dos catetos 10 e 24, encontre a hipotenusa.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 10^2 + 24^2$$

$$a^2 = 100 + 576$$

$$a^2 = 676$$

$$a = \text{raiz de } 676$$

$$a = 26$$

Então, o valor da hipotenusa é igual a 26.

Pode-se conferir a veracidade do Teorema a partir das relações métricas:

Ao somar ($b^2 = m \cdot a$) e ($c^2 = n \cdot a$), tem-se:

$$(b^2 = m \cdot a) + (c^2 = n \cdot a)$$

$$b^2 + c^2 = m \cdot a + n \cdot a$$

Ao colocar o a em evidência, encontra-se:

$$a(m + n) = b^2 + c^2$$

Como a soma entre as duas projeções ($m + n$) é igual a hipotenusa (a), então:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Com essas relações métricas e o Teorema de Pitágoras é possível resolver a maioria das questões sobre o assunto.

Exemplos 01:

Quando a **hipotenusa** de um triângulo retângulo for 64 centímetros e uma de suas projeções medir 16 centímetros, qual será a medida do cateto adjacente da projeção?

Solução da questão:

$$b^2 = a \cdot m$$

$$b^2 = 64 \cdot 16$$

$$b^2 = 1024$$

$$b = \text{raiz de } 1024$$

$$b = 32 \text{ centímetros.}$$

Resposta: O valor do cateto adjacente será 32 centímetros.

Exemplo 02:

Se a projeção do cateto AB sobre a hipotenusa igual a 12 e a projeção do cateto CA sobre a hipotenusa igual a 36. Calcule o valor da hipotenusa e do cateto adjacente.

Solução da questão

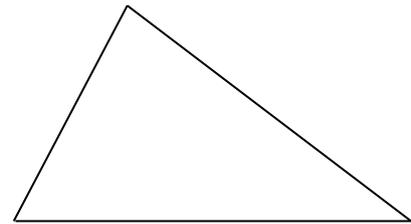
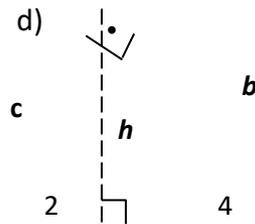
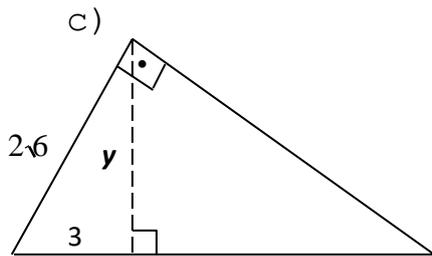
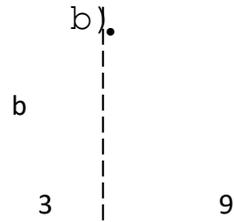
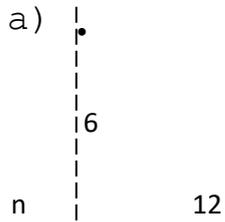
1º Ao somar os valores das projeções dos catetos:

$$12 + 36 = 48$$

Resposta 01: o valor da hipotenusa é 48.

EXERCÍCIOS:

1 - Aplicando as relações métricas nos triângulos retângulos abaixo, determine o valor de **x**:



2 - Em um triângulo retângulo as projeções dos catetos sobre a hipotenusa medem 6 cm e 8 cm. Determine a altura relativa à hipotenusa desse triângulo.

3 - A medida da altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo é 12 cm e uma das projeções mede 9 cm. Calcular a medida dos catetos desse triângulo.