Prefeitura de Santos
Secretaria de Educação

ROTEIRO DE ESTUDO/ATIVIDADES

UME: PROFESSOR FLORESTAN FERNANDES
ANO: 9° ANOS - COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA
PROFESSOR: EDNILSON SANTOS
PERÍODO: 16/11/2020 à 27/11/2020

Habilidades trabalhadas: (EF09MA13).
Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras.

ROTEIRO DE ESTUDO - 9°ANOS

ORIENTAÇÕES:
1. Assista a vídeo aula;
2. Observe atentamente os exercícios demonstrativos;
3. Faça em seu caderno os exercícios de fixação;
4. Envie a atividade ao professor por:
{e-mail: professorednilsonumeff@gmail.com ou WhatsApp: (13)98871-1320}

Vídeo aula:

https://youtu.be/fawmHeC1ob0

https://youtu.be/Ud65Sy8aBlY

https://youtu.be/v3rF9y6Q9oY

https://youtu.be/gcua20pY0RM

https://youtu.be/gnL6B05RBv4

ROTEIRO DE ESTUDO

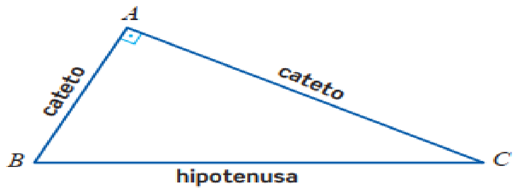
Teorema de Pitágoras

Vamos estudar várias relações entre as medidas de comprimento dos elementos de um triângulo retângulo.

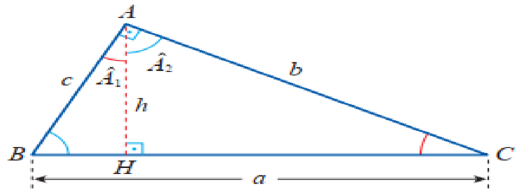
Elementos de um triângulo retângulo

Um triângulo ABC é denominado triângulo retângulo em A quando o ângulo reto tem vértice A.

Chamamos de **catetos** os lados perpendiculares entre si que formam o ângulo reto em um triângulo retângulo. Já o lado oposto ao ângulo reto é chamado de **hipotenusa**.



Observe o triângulo retângulo ABC da figura abaixo.



Nesse triângulo, destacamos as medidas:

- a, da hipotenusa $\overline{BC}$;
- c, do cateto $\overline{AB}$, oposto ao ângulo $\widehat{C}$;
- b, do cateto $\overline{AC}$, oposto ao ângulo $\widehat{B}$;
- h, da altura $\overline{AH}$, relativa à hipotenusa.

- h, da altura $\overline{AH}$, relativa à hipotenusa.

Em relação aos ângulos, sabemos que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Assim, nos triângulos retângulos, a soma das medidas dos dois ângulos agudos de cada triângulo é 90°, ou seja, eles são complementares.

$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{A}_1) + m(\widehat{B}) = 90° \\ m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 90° \end{array}\right\} m(\widehat{A}_1) + \cancel{m(\widehat{B})} = \cancel{m(\widehat{B})} + m(\widehat{C}), \text{ então } m(\widehat{A}_1) = m(\widehat{C}) \text{ ou } \widehat{A}_1 \cong \widehat{C}$$

$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{A}_2) + m(\widehat{C}) = 90° \\ m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 90° \end{array}\right\} m(\widehat{A}_2) + \cancel{m(\widehat{C})} = m(\widehat{B}) + \cancel{m(\widehat{C})}, \text{ então } m(\widehat{A}_2) = m(\widehat{B}) \text{ ou } \widehat{A}_2 \cong \widehat{B}$$

Observação

- Se dois triângulos têm dois pares de ângulos respectivamente congruentes, então eles são triângulos semelhantes. Chamamos esse fato de caso AA (ângulo-ângulo) de semelhança.

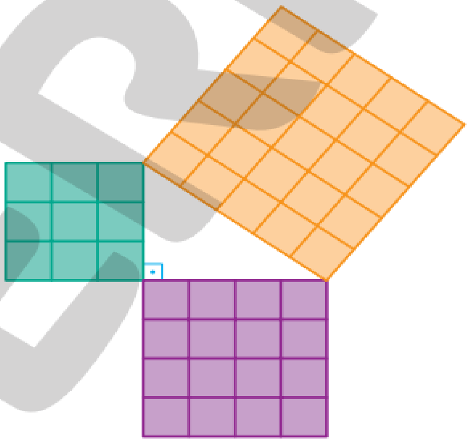
Enunciando o teorema de Pitágoras

Considerando como unidade de medida a área de cada quadradinho da figura ao lado, notamos que a área do quadrado maior é igual à soma das áreas dos quadrados menores, ou seja:

$$25 = 9 + 16$$

Como $25 = 5^2$, $9 = 3^2$ e $16 = 4^2$, podemos escrever essa igualdade da seguinte maneira:

$$5^2 = 3^2 + 4^2$$



Repare que 5, 3 e 4 são as medidas dos lados dos quadrados da figura e, consequentemente, as medidas dos respectivos lados do triângulo retângulo.

A relação entre os quadrados das medidas dos lados desse triângulo retângulo é válida para todo triângulo retângulo e é conhecida como **teorema de Pitágoras**.

Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

Considerando um triângulo retângulo, construímos quadrados sobre a hipotenusa de medida *a* e sobre os catetos de medidas *b* e *c*, como mostra a figura 1. Nas figuras 2 e 3, construímos quadrados de lados que medem $(b + c)$.

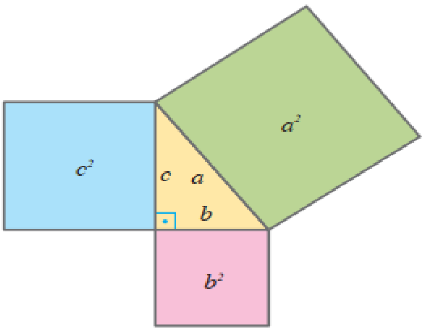


Figura 1

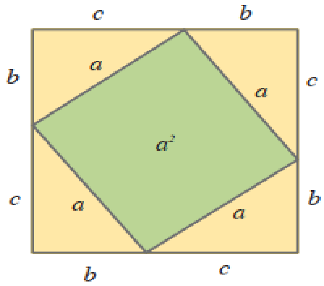


Figura 2

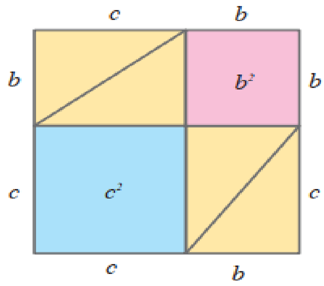


Figura 3

O quadrado da figura 2 é formado por quatro triângulos retângulos, congruentes ao triângulo da figura 1, e pelo quadrado verde. Assim, a área do quadrado de lado de medida $(b + c)$ é a soma das áreas dos quatro triângulos com a área do quadrado verde.

O quadrado da figura 3 é formado por quatro triângulos retângulos, congruentes ao triângulo da figura 1, pelo quadrado azul e pelo quadrado rosa. Então, a área do quadrado de lado de medida $(b + c)$ é a soma das áreas dos quatro triângulos com as áreas dos quadrados azul e rosa.

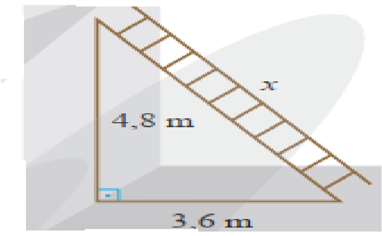
Logo, a área do quadrado verde é a soma da área do quadrado azul com a área do quadrado rosa, ou seja:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Observe um exemplo de aplicação do teorema de Pitágoras.

Precisamos calcular o comprimento *x* de uma escada que está apoiada em uma parede, conforme a figura abaixo. Para isso, vamos aplicar o teorema de Pitágoras:

Precisamos calcular o comprimento *x* de uma escada que está apoiada em uma parede, conforme a figura abaixo. Para isso, vamos aplicar o teorema de Pitágoras:



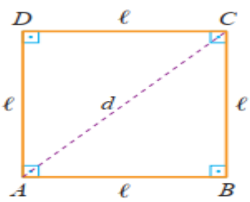
$$x^2 = (4{,}8)^2 + (3{,}6)^2$$
$$x^2 = 23{,}04 + 12{,}96$$
$$x^2 = 36$$
$$x = \pm\sqrt{36}$$
$$x = \pm 6$$

R: Como x é o comprimento da escada, ele deve ser um número positivo. Portanto, o comprimento da escada é 6 m.

Relacionando as medidas da diagonal e do lado de um quadrado

Considere o quadrado *ABCD*, com lado medindo ℓ e diagonal *d*.

Aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo *ABC*, temos:



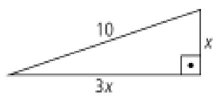
$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$
$$d^2 = \ell^2 + \ell^2$$
$$d^2 = 2\ell^2$$
$$d = \sqrt{2\ell^2}$$
$$d = \ell\sqrt{2}$$

Portanto, a diagonal do quadrado mede $\ell\sqrt{2}$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

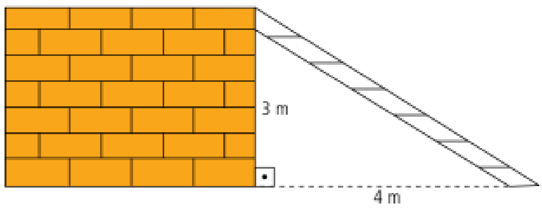
Faça todos os cálculos necessários para justificar cada uma de suas respostas:

1 Na figura abaixo, o valor de x é:



a) 5
b) 10
c) $\sqrt{10}$
d) $\sqrt{5}$

2 A figura abaixo mostra um muro que tem 3 m de altura.



Sabendo-se que o pé da escada está a 4 m do muro, então o comprimento da escada é:

a) 5 m
b) 6 m
c) 4,5 m
d) 5,5 m

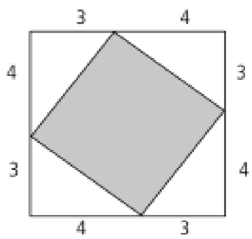
3 Os catetos de um triângulo retângulo medem $\sqrt{3}$ e $\sqrt{4}$, e sua hipotenusa mede:

a) $\sqrt{5}$
b) $\sqrt{7}$
c) $\sqrt{8}$
d) $\sqrt{12}$

4 (UEPG-PR) Os dois maiores lados de um triângulo retângulo medem 12 dm e 13 dm. O perímetro desse triângulo é:

a) 36 dm
b) 35 dm
c) 30 dm
d) 32 dm
e) 33 dm

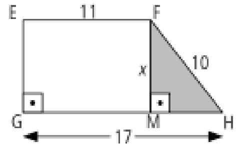
5 O quadrilátero maior é um quadrado de 7 cm de lado.



O perímetro do quadrilátero menor é:

a) 12 cm
b) 16 cm
c) 20 cm
d) 25 cm

6 Na figura abaixo, o valor de x é:

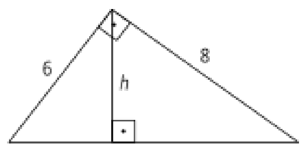


a) 6
b) 7
c) 8
d) 9

7 (UFPA) Num triângulo retângulo, um cateto é o dobro do outro, e a hipotenusa mede 10 cm. A soma dos catetos mede:

a) $4\sqrt{5}$ cm
b) $6\sqrt{5}$ cm
c) $8\sqrt{5}$ cm
d) $12\sqrt{5}$ cm
e) n.d.a

8 A altura do triângulo retângulo da figura abaixo vale:

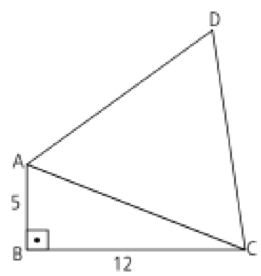


a) 4,8
b) 5,2
c) 8,5
d) 10

9 Os catetos de um triângulo retângulo medem, respectivamente, 30 cm e 40 cm. A altura relativa à hipotenusa mede:

a) 24 cm
b) 20 cm
c) 31 cm
d) 23 cm

10 Na figura abaixo, o $\triangle ABC$ é retângulo e o $\triangle ACD$ é equilátero.



Então, o perímetro da figura ABCD é:

a) 39
b) 42
c) 43
d) 44