Prefeitura de Santos
Secretaria de Educação

ROTEIRO DE ESTUDO/ATIVIDADES

UME: PROFESSOR FLORESTAN FERNANDES
ANO: 9° ANOS - COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA
PROFESSOR: EDNILSON SANTOS
PERÍODO: 14/09/2020 a 25/09/2020

Habilidades trabalhadas: EF08MA010.
Objetivo de aprendizagem: Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversal.

ROTEIRO DE ESTUDO - 9°ANOS

ORIENTAÇÕES:

1. **Assista a vídeo aula;**
2. **Observe atentamente os exercícios demonstrativos;**
3. **Faça em seu caderno os exercícios de fixação;**
4. **Envie a atividade ao professor por:**

{WhatsApp: (13)98871-1320 ou e-mail: professorednilsonumeff@gmail.com}

Vídeo aula:

https://youtu.be/frEs-cOPeVU

https://youtu.be/d0AANQb7sC0

https://www.youtube.com/watch?v=YZSgNn3ea-I

https://www.youtube.com/watch?v=0EQl4uVS5E4

ROTEIRO DE ESTUDO

Teorema de Tales

Razões, proporções e segmentos proporcionais

Um dos conceitos mais importantes da Matemática é o de **razão**.

> A **razão** entre uma quantidade e outra é o quociente da divisão da primeira pela segunda.

Veja um exemplo:

Em certa receita de bolo, para cada 2 xícaras de farinha são utilizados 3 ovos. A razão entre a quantidade de farinha e a de ovos é 2 : 3. Podemos escrever $\frac{2}{3}$ ou 2 : 3 e lemos 2 para 3.

> Uma igualdade entre duas razões é uma **proporção**.

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ é um exemplo de proporção

As proporções têm uma propriedade:

> Quando multiplicamos seus termos em cruz, obtemos produtos iguais.

Veja:

$\frac{2}{3} \times \frac{4}{6}$ $\quad 2 \cdot 6 = 12$ e $3 \cdot 4 = 12$ Isso vale para toda proporção.

Aplicamos essa propriedade para descobrir valores desconhecidos numa proporção:

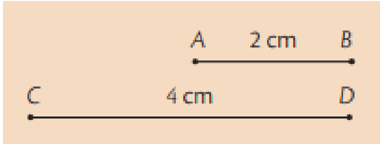
$$\frac{4}{5} = \frac{6}{x}\text{, pela propriedade, } 4x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{4} \rightarrow x = 7{,}5$$

No caderno, descubra o valor de x nas proporções a seguir:

a) $\frac{1}{8} = \frac{3{,}5}{x}$ 28

b) $\frac{x+1}{5} = \frac{8}{10}$ 3

Segmentos proporcionais



Ilustrações: DAE

Observe as medidas dos segmentos *AB* e *CD*.

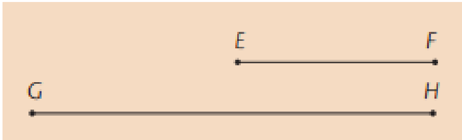
Qual seria a razão entre a medida de $\overline{AB}$ e a de $\overline{CD}$?

Dividindo 2 por 4 obtemos a razão 2 : 4, ou $\frac{2}{4}$ ou, simplificando, $\frac{1}{2}$.

O comprimento de $\overline{CD}$ é o dobro do comprimento de $\overline{AB}$.

Os comprimentos estão na razão 1 para 2.

Meça com régua o comprimento de $\overline{EF}$ e de $\overline{GH}$.



Calcule a razão $\frac{EF}{GH}$. $\frac{2,5}{5} = \frac{1}{2}$

Observe que $\overline{AB}$ e $\overline{EF}$ têm medidas diferentes. $\overline{CD}$ e $\overline{GH}$ também.

No entanto, $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH} = \frac{1}{2}$.

Ronaldo Barata

REFLETINDO

Uma igualdade entre razões forma uma proporção:

$\frac{1}{2} = \frac{2,5}{5}$ é um exemplo de proporção

Registre no caderno.

1. Multiplique os termos da proporção "em cruz", como indicado $\frac{1}{2} \times \frac{2,5}{5}$. O que você observou? Os produtos são iguais.

2. Determine mentalmente o valor de *x* em cada item de modo a obter proporções.

a) $\frac{x}{5} = \frac{6}{15}$ 2 b) $\frac{8}{x} = \frac{2}{7}$ 28 c) $\frac{3}{8} = \frac{x+1}{16}$ 5

Diremos que $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são proporcionais a $\overline{EF}$ e $\overline{GH}$.

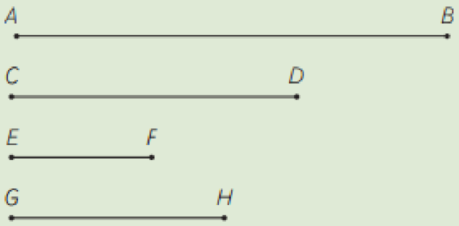
De forma geral, os segmentos *AB* e *CD* são proporcionais aos segmentos *EF* e *GH* se seus comprimentos determinam, nessa ordem, uma proporção: $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$.

Meça os segmentos traçados com uma régua e responda no caderno às questões a seguir.

1. Quais segmentos têm medidas na razão:

a) 1 para 3? $\overline{EF}$ e $\overline{AB}$ b) $\frac{2}{3}$ $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$

2. Os segmentos *AB* e *GH* são proporcionais a quais segmentos? Escreva a proporção. $\frac{AB}{GH} = \frac{CD}{EF} = \frac{2}{1}$



Ronaldo Barata

Teorema de Tales

Na ilustração ao lado, percebemos que as avenidas das Rosas, das Margaridas e dos Lírios são paralelas.

As ruas dos Pinheiros e dos Eucaliptos são transversais a essas avenidas.

Será que podemos, com as informações desta ilustração, determinar a distância entre Marcos e Débora?

A resposta é sim.

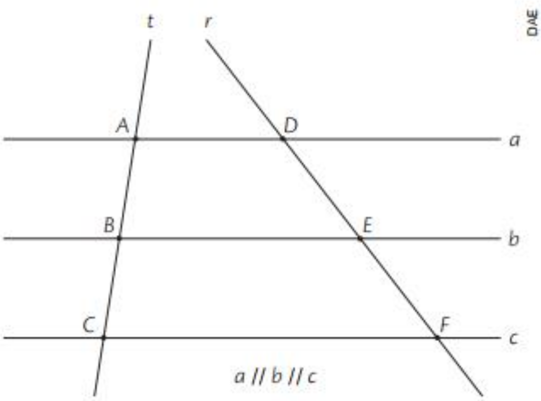
Vamos descobrir como?

1ª propriedade

Chamamos de **feixe de paralelas** o conjunto de três ou mais retas paralelas em um plano.

Uma reta do mesmo plano que corta essas paralelas é uma transversal ao feixe, e o feixe determina segmentos sobre a transversal.

Desenhamos a seguir um feixe de paralelas cortado pela transversal *t* e pela transversal *r*.

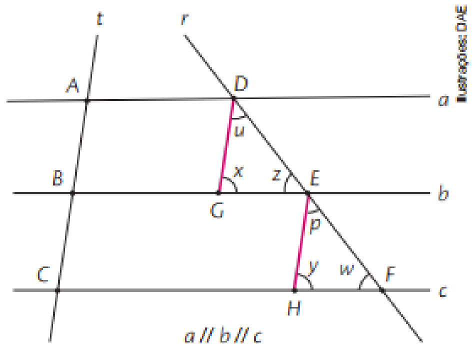


Ficaram determinados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ sobre *t* e $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$ sobre *r*.

Vamos mostrar que se $AB = BC$, então $DE = EF$.

Para isso, utilizaremos conhecimentos sobre congruência de triângulos e propriedades dos paralelogramos.

Traçamos $\overline{DG}$ // t e $\overline{EH}$ // t, obtendo os paralelogramos *ABGD* e *BCHE*.



Os lados opostos de um paralelogramo são congruentes, então:

$$AB = DG \text{ e } BC = EH$$

Como $AB = BC$, vem que $DG = EH$.

Agora observe os triângulos *DGE* e *EHF*:

$DG = EH$ (mostramos acima) (L)

$u = p$ (ângulos correspondentes) (A)

$z = w$ (ângulos correspondentes)

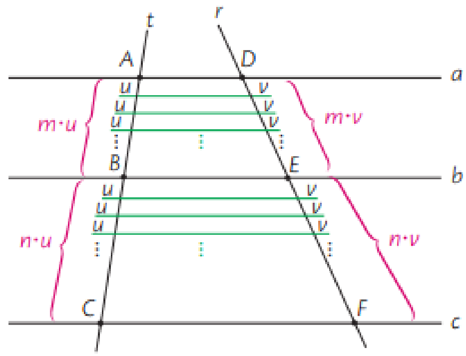
$x = y$ (pela soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo) (A)

Pelo caso ALA, os triângulos são congruentes. Então, $DE = EF$, como queríamos mostrar.

Podemos enunciar a propriedade:

Se um feixe de paralelas determina segmentos congruentes sobre uma transversal, então determina segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal.

2ª propriedade: teorema de Tales



Na figura ao lado, o feixe de paralelas determinou segmentos sobre as transversais, mas $AB \neq BC$.

Será que há uma relação entre os segmentos determinados nas duas transversais? Acompanhe:

Suponhamos que exista um segmento de medida u que caiba um número inteiro de vezes em $\overline{AB}$ e um número inteiro de vezes em $\overline{BC}$. Como assim? Veja os exemplos:

- Se em uma mesma unidade de medida (que não importa qual é), temos $AB = 18$, $BC = 34$ e $u = 2$, então o segmento de medida u caberá 9 vezes em $\overline{AB}$ e 17 vezes em $\overline{BC}$.
- Se $AB = 18{,}3$, $BC = 34{,}7$ e $u = 0{,}1$ (na mesma unidade de medida), então o segmento de medida u caberá 183 vezes em $\overline{AB}$ e 347 vezes em $\overline{BC}$.

Na figura, u cabe m vezes em $\overline{AB}$ e n vezes em $\overline{BC}$ (m e n números inteiros).

Temos: $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{m \cdot u}{n \cdot u} = \dfrac{m}{n}$ (I)

Traçamos as retas paralelas à reta a pelos pontos em que os segmentos ficaram divididos. Observe que:

$$\frac{DE}{EF} = \frac{m \cdot v}{n \cdot v} = \frac{m}{n} \text{ (II)}$$

Portanto, de I e II, $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{DE}{EF}$.

Concluímos que $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são proporcionais a $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$ e podemos enunciar o famoso teorema de Tales:

Um feixe de paralelas determina, sobre transversais, segmentos que são proporcionais.

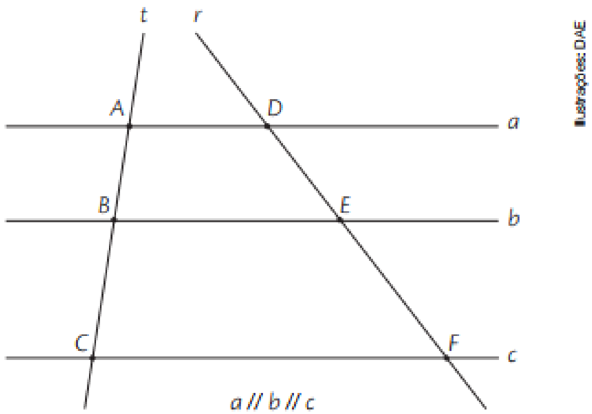
Na demonstração que fizemos, consideramos que a medida u cabe um número inteiro de vezes em $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$. Quando isso não acontecer, a demonstração ficará muito complicada para você, por enquanto, mas fique certo de que o teorema de Tales vale também nesses casos.

A partir do teorema, podemos escrever outras proporções, como:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{DF}{DE}$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{DF}{EF}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$



Você deve estar pensando: e a distância entre Débora e Marcos?

Vamos voltar ao problema.

Traçamos um modelo matemático para a situação.

Como as avenidas são paralelas, e as ruas, transversais a elas, aplicaremos o teorema de Tales:

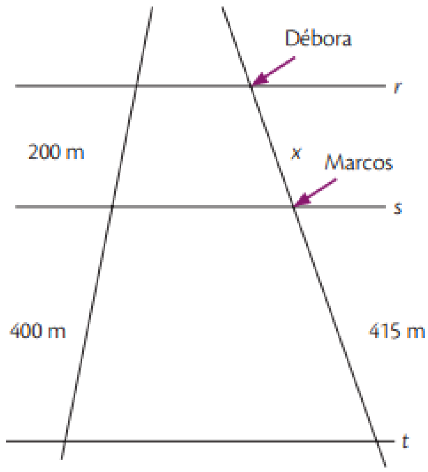
$$\frac{200}{400} = \frac{x}{415}$$

ou, simplificando:

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{415}$$

$$2x = 415$$

$$x = 207{,}5$$

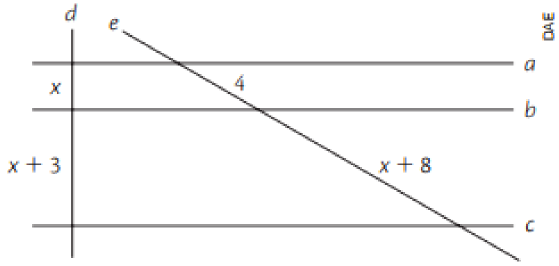


Marcos dista 207,5 m de Débora se seguirmos pela Rua dos Eucaliptos.

Acompanhe mais dois exemplos de aplicação do teorema de Tales.

1. Vamos determinar x na figura, sabendo que $a \mathbin{//} b \mathbin{//} c$.
As medidas dos segmentos correspondentes determinados nas transversais são proporcionais.

$$\frac{x}{x+3} = \frac{4}{x+8}$$
$$x(x+8) = 4(x+3)$$
$$x^2 + 8x = 4x + 12$$
$$x^2 + 4x - 12 = 0$$



Recaímos numa equação do 2º grau. Vamos resolvê-la.

$$\Delta = 16 + 48 = 64$$

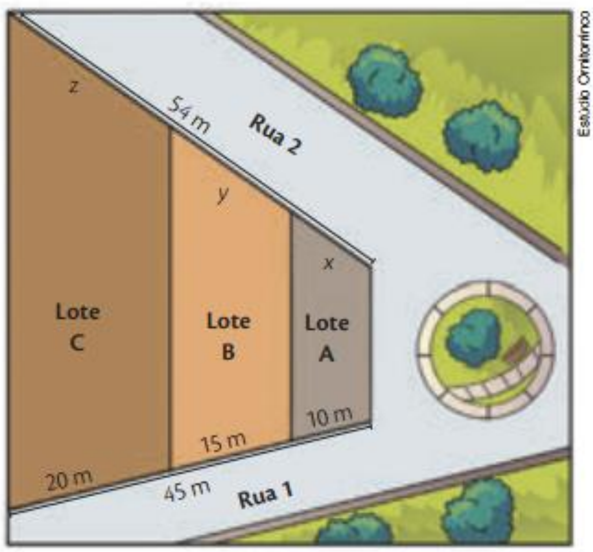
$$x = \frac{-4 \pm 8}{2}$$

$$x_1 = \frac{-4+8}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-4-8}{2} = -6$$

Como x é uma medida de comprimento, só consideraremos a solução positiva, ou seja, $x = 2$.

2. Um terreno foi dividido em lotes com frentes para a Rua 1 e para a Rua 2, como você vê na representação a seguir. As laterais dos terrenos são paralelas.
Com as informações do desenho, vamos calcular as medidas das frentes dos lotes que dão para a Rua 2 aplicando o teorema de Tales.



$\frac{45}{10} = \frac{54}{x}$	$\frac{45}{15} = \frac{54}{y}$	$\frac{45}{20} = \frac{54}{z}$
$\frac{9}{2} = \frac{54}{x}$	$\frac{3}{1} = \frac{54}{y}$	$\frac{9}{4} = \frac{54}{z}$
$9x = 108$	$3y = 54$	$9z = 216$
$x = 12$	$y = 18$	$z = 24$

Portanto, as medidas das frentes para a Rua 2 são: lote A: 12 m; lote B: 18 m; lote C: 24 m.

REFLETINDO

1. Mariana escreveu as proporções necessárias para resolver o problema do exemplo 2 assim:

$$\frac{45}{54} = \frac{10}{x};\ \frac{45}{54} = \frac{15}{y};\ \frac{45}{54} = \frac{20}{z}$$

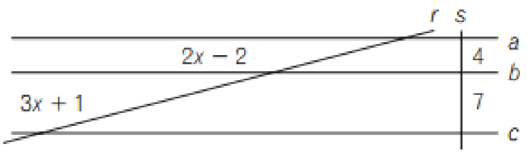
As proporções estão corretas? Ela encontrará os mesmos valores para x, y e z encontrados acima? Sim. Sim.

2. Para determinar x no problema do exemplo 2, Paulo fez: $\frac{x}{45} = \frac{54}{10}$. Ele acertou? Não.

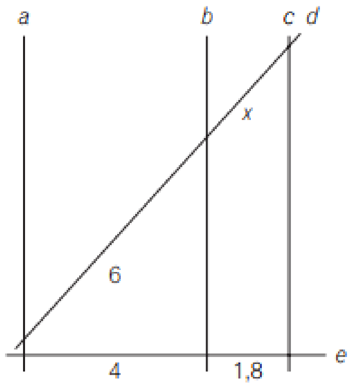
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1. Calcule x, sabendo que $a \parallel b \parallel c$.

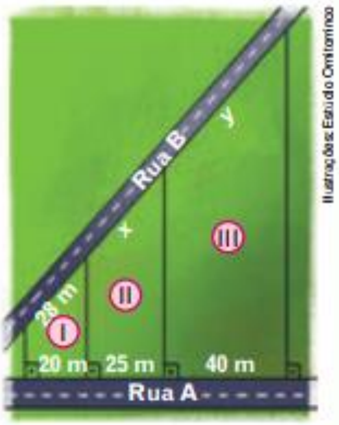
a)



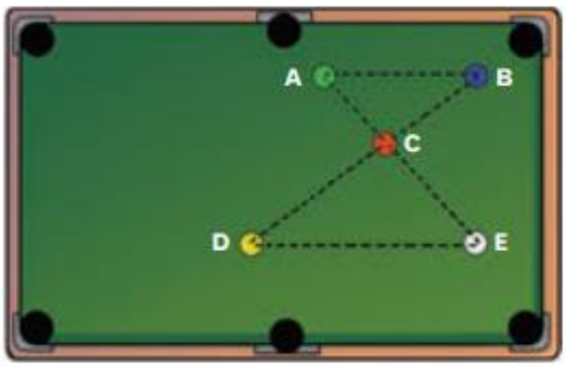
b)



2. A planta abaixo mostra as medidas de três lotes que têm frente para a Rua A e para a Rua B. As divisas laterais são perpendiculares à Rua A. Quais são as medidas de x e y indicadas na figura?



3. Na figura está representada uma mesa de bilhar com cinco bolas: A, B, C, D e E.



BC = 50 cm

CD = 75 cm

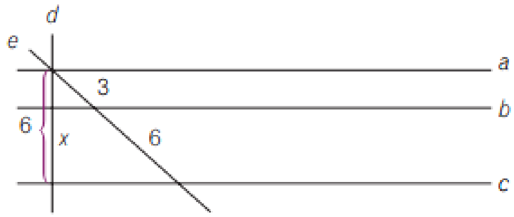
CE = 60 cm

$\overline{AB} \parallel \overline{DE}$

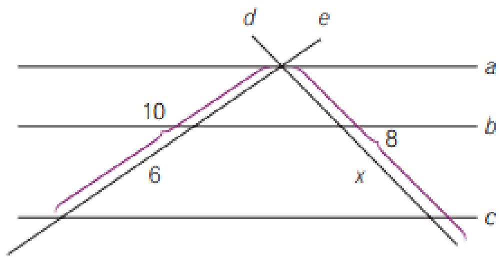
Qual é a distância entre as bolas A e C?

4. Calcule x, sabendo que $a \parallel b \parallel c$.

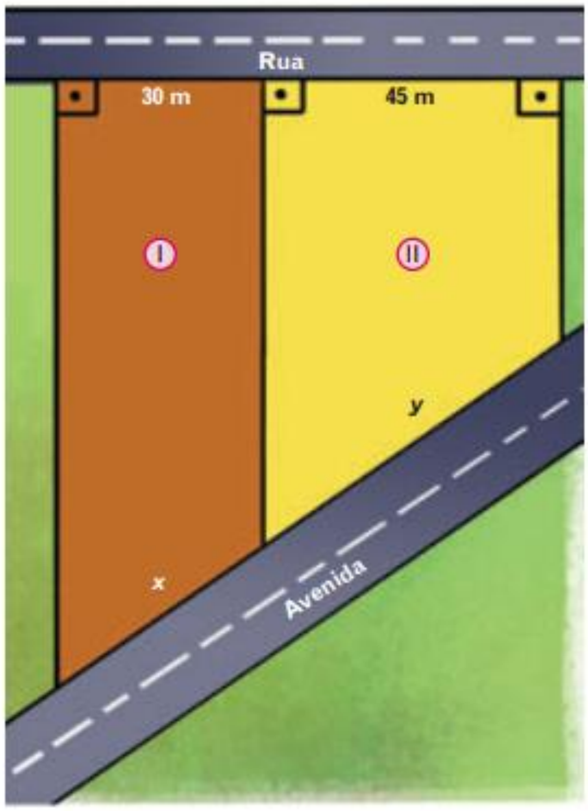
a)



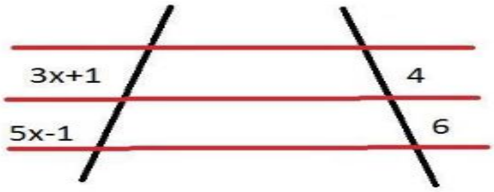
b)



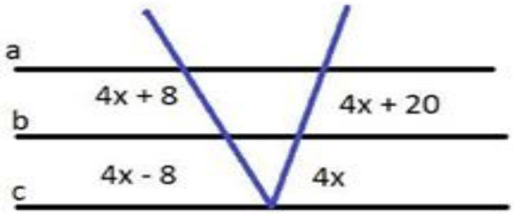
5. Esta planta mostra dois terrenos. As divisas laterais são perpendiculares à rua. Quais são as medidas das frentes dos terrenos que dão para a avenida, sabendo-se que a frente total para essa avenida é de 90 metros?



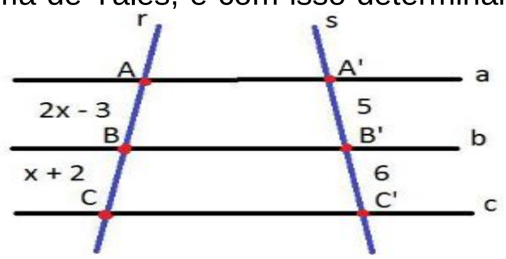
6) Calcule a medida de cada segmento desconhecido no feixe de retas paralelas.



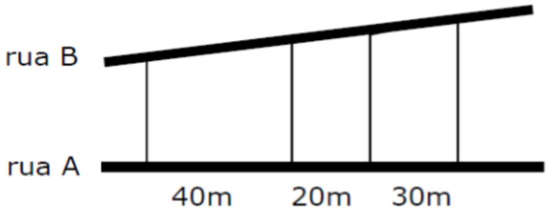
7) Determine a medida de cada segmento desconhecido no feixe de retas paralelas.



8) Vamos aplicar a proporcionalidade existente no Teorema de Tales, e com isso determinar o valor dos seguimentos AB e BC no desenho abaixo:



9) Três terrenos têm frente para a rua A e para a rua B, como na figura. As divisas laterais são perpendiculares à rua A. Qual a medida de frente para a rua B de cada lote, sabendo que a frente total para essa rua é 180m



10) A figura ao lado indica três lotes de terreno com frente para a rua A e para rua B. as divisas dos lotes são perpendiculares à rua A. As frentes dos lotes 1, 2 e 3 para a rua A, medem, respectivamente, 15 m, 20 m e 25 m.
A frente do lote 2 para a rua B mede 28 m. Qual é a medida da frente para a rua B dos lotes 1 e 3?