



**Prefeitura de Santos
Secretaria de Educação**



ROTEIRO DE ESTUDO/ATIVIDADES

UME: PROFESSOR FLORESTAN FERNANDES

ANO: 8º ANOS - COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA

PROFESSOR: EDNILSON SANTOS

PERÍODO: 14/09/2020 a 25/09/2020

Habilidades trabalhadas: EF08MA14.

Objetivo de aprendizagem: Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.

ROTEIRO DE ESTUDO - 8 ºANOS

ORIENTAÇÕES: (LEIA ATENTAMENTE)

1. Assista a vídeo aula;
2. Observe atentamente os exercícios demonstrativos;
3. Faça em seu caderno os exercícios de fixação;
4. Envie a atividade ao professor somente por:
{WhatsApp: (13)98871-1320 ou e-mail: professorrednilsonumeff@gmail.com}

Vídeo aula:

<https://youtu.be/cm0X0yfBmbg>

https://youtu.be/kEdaaPB_m4c

https://youtu.be/EpN_HBACXNk

<https://youtu.be/7uUkkNAUnw4>

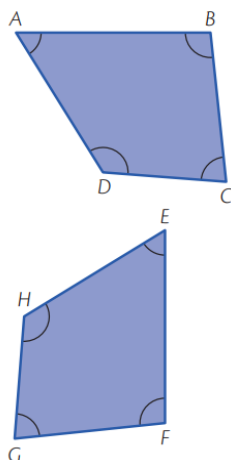
<https://youtu.be/jmIrjpCjXHQ>

<https://youtu.be/uf6msdBW02I>

<https://youtu.be/UvsujaPVEVY>

ROTEIRO DE ESTUDO

Triângulos: congruência



Já conhecemos:

- ◆ segmentos congruentes: têm mesma medida;
- ◆ ângulos congruentes: têm mesma medida.

O que seriam figuras planas congruentes?

Se você copiar e recortar os quadriláteros ao lado, verá que eles se sobrepõem perfeitamente, ou seja, coincidem.

Duas figuras planas são **congruentes** se quando sobrepostas coincidem ponto a ponto.

Nesta unidade trataremos da congruência de polígonos, em especial de triângulos.

Com auxílio de régua e transferidor, meça os lados e os ângulos internos dos quadriláteros $ABCD$ e $EFGH$. Anote os valores em seu caderno, em uma tabela como esta ao lado.

Usando o símbolo $\equiv$, que significa congruente, observamos que:

$$\begin{array}{ll} \hat{A} \equiv \hat{E} & \overline{AB} \equiv \overline{EF} \\ \hat{B} \equiv \hat{F} & \overline{BC} \equiv \overline{FG} \\ \hat{C} \equiv \hat{G} & \overline{CD} \equiv \overline{GH} \\ \hat{D} \equiv \hat{H} & \overline{DA} \equiv \overline{HE} \end{array}$$



Quadrilátero $ABCD$	Quadrilátero $EFGH$
$\text{med}(\hat{A}) = 58^\circ$	$\text{med}(\hat{E}) = 58^\circ$
$\text{med}(\hat{B}) = 96^\circ$	$\text{med}(\hat{F}) = 96^\circ$
$\text{med}(\hat{C}) = 80^\circ$	$\text{med}(\hat{G}) = 80^\circ$
$\text{med}(\hat{D}) = 126^\circ$	$\text{med}(\hat{H}) = 126^\circ$
$AB = 2,7 \text{ cm}$	$EF = 2,7 \text{ cm}$
$BC = 2,1 \text{ cm}$	$FG = 2,1 \text{ cm}$
$CD = 1,7 \text{ cm}$	$GH = 1,7 \text{ cm}$
$DA = 2,3 \text{ cm}$	$HE = 2,3 \text{ cm}$

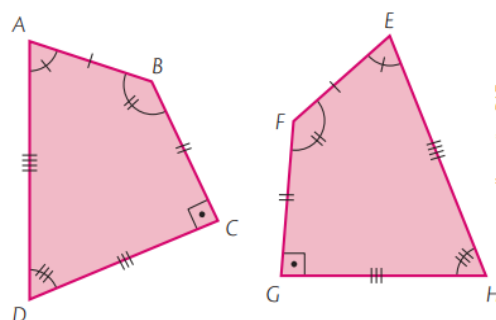
A cada ângulo do quadrilátero $ABCD$ corresponde um ângulo do quadrilátero $EFGH$, que é congruente a ele.

A cada lado do quadrilátero $ABCD$ corresponde um lado do quadrilátero $EFGH$, que é congruente a ele.

Por exemplo, ao ângulo A corresponde o ângulo E e vice-versa.

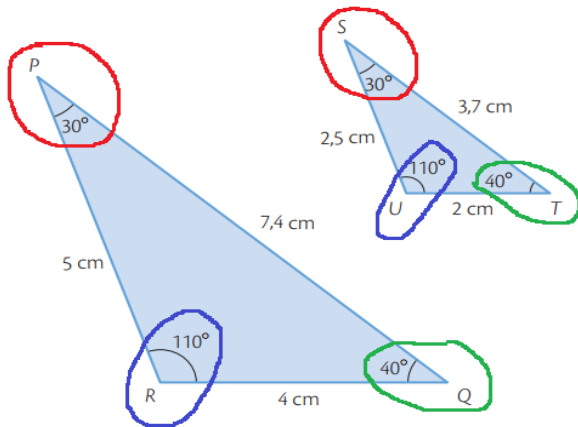
Usaremos “tracinhos” para identificar pares de lados e pares de ângulos correspondentes. Veja nas figuras ao lado.

Dois polígonos são congruentes quando apresentam lados correspondentes congruentes e ângulos correspondentes congruentes.



Os quadriláteros $ABCD$ e $EFGH$ são congruentes.
Escrevemos: $ABCD \equiv EFGH$.

Ilustrações: DAE



Nos triângulos PQR e STU temos ângulos correspondentes congruentes:

$$\begin{aligned}\hat{P} &\equiv \hat{S} \\ \hat{Q} &\equiv \hat{T} \\ \hat{R} &\equiv \hat{U}\end{aligned}$$

Mas os lados correspondentes não têm a mesma medida. Esses triângulos não são congruentes.

Casos de congruência de triângulos

Triângulos são polígonos, portanto, para que dois triângulos sejam congruentes precisamos ter lados correspondentes congruentes e ângulos correspondentes congruentes.

Para decidirmos se dois triângulos são ou não congruentes, precisamos verificar 6 condições:

- 3 congruências entre lados correspondentes;
- 3 congruências entre ângulos correspondentes.

No entanto, os triângulos apresentam características que permitirão reduzir esse trabalho.

Lembrete

Condição de existência de um triângulo

Vimos no 7º ano que só é possível construir um triângulo se a medida do maior lado for menor que a soma das medidas dos outros dois lados. Esse fato será importante, pois vamos construir alguns triângulos.

Caso LLL

Construímos um triângulo com palitos de sorvete.

Faça um igual e verifique que não é possível deformar o triângulo.

Quando fixamos as medidas dos lados de um triângulo, automaticamente fixamos as medidas de seus ângulos, por isso ele não pode ser deformado.

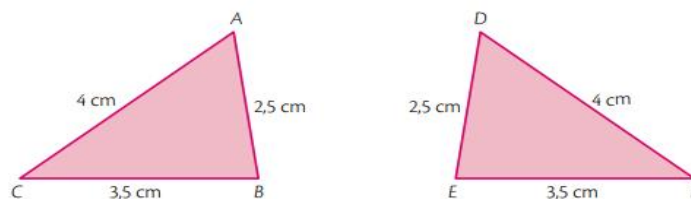
Isso significa que, para saber se dois triângulos são congruentes, podemos verificar se seus lados são respectivamente congruentes. Se forem, os ângulos também serão, e teremos dois triângulos congruentes.

É isso o que diz o **caso LLL** (lado-lado-lado) de congruência de triângulos:



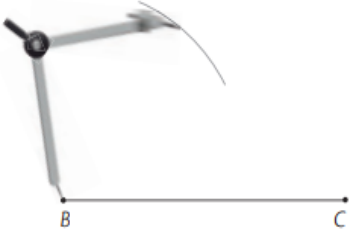
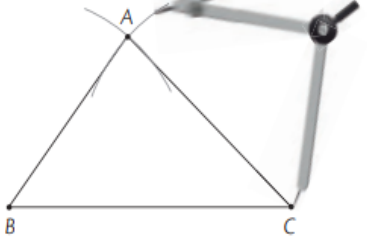
Dois triângulos que têm os lados correspondentes congruentes são congruentes.

Veja os triângulos ABC e DEF , eles apresentam lados respectivamente congruentes.



Esse fato garante que os ângulos correspondentes também são congruentes, e podemos concluir que os triângulos são congruentes. Escreveremos assim:

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ pelo caso LLL (Lê-se: caso lado-lado-lado.)

		
1. Traçamos o lado $\overline{BC}$. Dois vértices estão determinados. Só falta determinar o vértice A. Você pode começar traçando qualquer lado.	2. Usando a régua, abra o compasso até a marca de 2,8 cm. Com a ponta seca em B, trace um arco.	3. Agora com abertura igual a 3,2 cm, medida na régua, e ponta seca em C, trace outro arco. Determinamos o ponto A e traçamos o triângulo ABC.

Ilustrações: DAE/Jorge Zalba

Apanhe seu material de desenho. Vamos construir um triângulo ABC dadas as medidas de seus lados: $AB = 2,8$ cm, $AC = 3,2$ cm e $BC = 4$ cm.

O triângulo ABC que você construiu é congruente ao que construímos aqui e é congruente aos que seus colegas construíram, pelo caso LLL.

Este triângulo existe, pois o maior lado mede 4 cm e $4 < 2,8 + 3,2$.



Reinaldo Rosa

Caso ALA

Vamos construir com régua e compasso o triângulo ABC, sendo dadas as medidas:

♦ $AB = 4$ cm

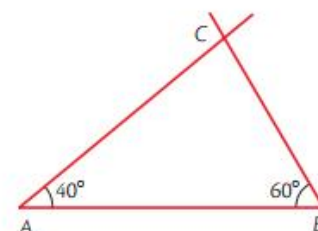
♦ $\text{med}(\hat{A}) = 40^\circ$

♦ $\text{med}(\hat{B}) = 60^\circ$



Traçamos o lado $\overline{AB}$.

Com transferidor traçamos o ângulo de 40° com vértice em A e, em seguida, o ângulo de 60° com vértice em B.



Observe que, traçando esses elementos, o vértice C fica determinado, fixando as medidas de $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ e $\hat{C}$.

Faça também a construção em seu caderno.

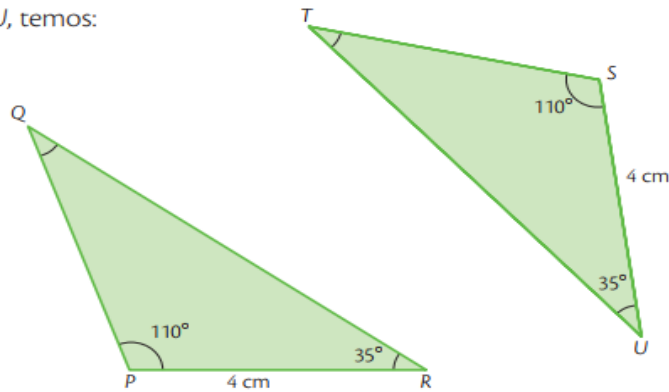
O triângulo que você construiu em seu caderno é congruente ao triângulo ABC traçado por nós e é congruente aos triângulos traçados pelos seus colegas. Confira!

Verificamos o **caso ALA** (ângulo-lado-ângulo) de congruência de triângulos:

Dois triângulos que têm dois ângulos e o lado compreendido entre eles respectivamente congruentes são congruentes.

Nos triângulos PQR e STU , temos:

$$\begin{aligned}\hat{P} &\equiv \hat{S} \\ \hat{R} &\equiv \hat{U} \\ \overline{PR} &\equiv \overline{SU}\end{aligned}$$



A congruência desses pares de elementos garante a congruência dos demais pares. Podemos concluir que esses triângulos são congruentes. Escrevemos assim: $\triangle PQR \equiv \triangle STU$ pelo caso ALA (Lê-se: caso ângulo-lado-ângulo.)

Atenção!

Ao nomear os triângulos, siga a correspondência entre os ângulos:

$$\begin{aligned}\hat{P} &\rightarrow \hat{S} \\ \hat{Q} &\rightarrow \hat{T} \\ \hat{R} &\rightarrow \hat{U}\end{aligned}$$

Por isso, escrevemos $\triangle PQR \equiv \triangle STU$ com os vértices nessa ordem.

Caso LAL

Vamos a mais uma construção. Faça em seu caderno.

Agora traçaremos o triângulo DEF , dados:

$$DE = 5 \text{ cm}$$

$$\text{med}(\hat{D}) = 45^\circ$$

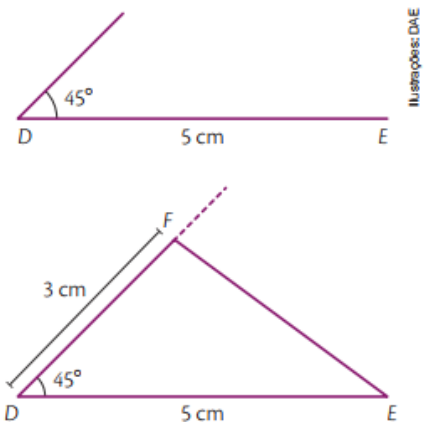
$$DF = 3 \text{ cm}$$

Traçamos o lado $\overline{DE}$ e o ângulo de 45° com vértice em D .

Como $DF = 3 \text{ cm}$, determinamos o vértice F e automaticamente ficam determinadas as medidas de $\overline{EF}$, $\hat{F}$ e $\hat{E}$.

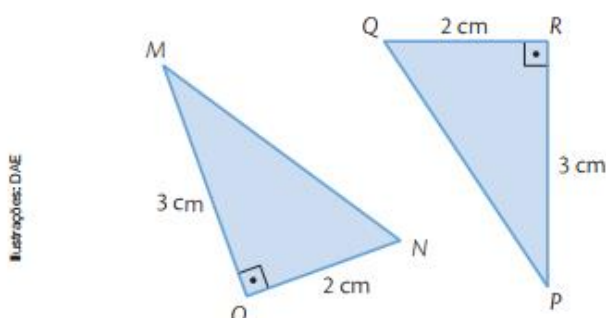
O triângulo que você construiu é congruente ao triângulo DEF que nós construímos, e é congruente aos triângulos traçados por seus colegas. É importante conferir essa conclusão.

Verificamos o **caso LAL** (lado-ângulo-lado) de congruência de triângulos:



Dois triângulos que têm dois lados e o ângulo formado por eles respectivamente congruentes são congruentes.

Veja este exemplo:



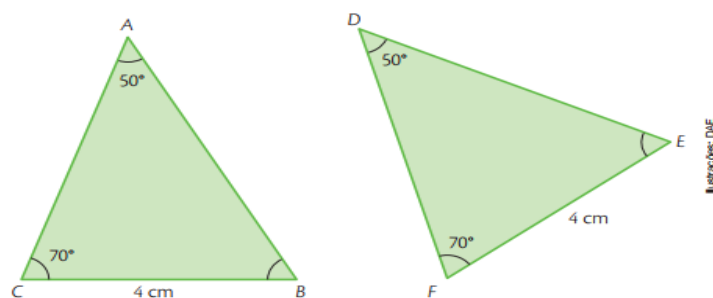
Nesses triângulos, temos:

$$\begin{aligned}\overline{ON} &\equiv \overline{RQ} \\ \overline{OM} &\equiv \overline{RP} \\ \hat{O} &\equiv \hat{R}\end{aligned}$$

A congruência desses pares de elementos garante a congruência dos demais pares.

Os triângulos ONM e RQP são congruentes.
Escrevemos: $\triangle ONM \equiv \triangle RQP$ pelo caso LAL (Lê-se: caso lado-ângulo-lado.)

Observe os triângulos abaixo. Sem fazer medições, podemos concluir que os triângulos são congruentes?



Bom... Não observei o caso LLL, LAL ou ALA.



É, mas dá para determinar a medida dos ângulos B e E.



Exatamente! Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° , descobrimos que $\text{med}(\hat{B}) = 60^\circ$ e $\text{med}(\hat{E}) = 60^\circ$.

Com essa informação podemos concluir que o triângulo ABC é congruente ao triângulo DEF , pelo caso ALA, pois:

$$\begin{aligned}\overline{CB} &\equiv \overline{FE} \\ \hat{C} &\equiv \hat{F} \\ \hat{B} &\equiv \hat{E}\end{aligned}$$

Assim como escrevemos ABC , devemos escrever DEF respeitando a correspondência entre os ângulos.

Se dois triângulos têm um lado, um ângulo com o vértice neste lado e o ângulo oposto ao lado respectivamente congruentes, então os triângulos são congruentes.



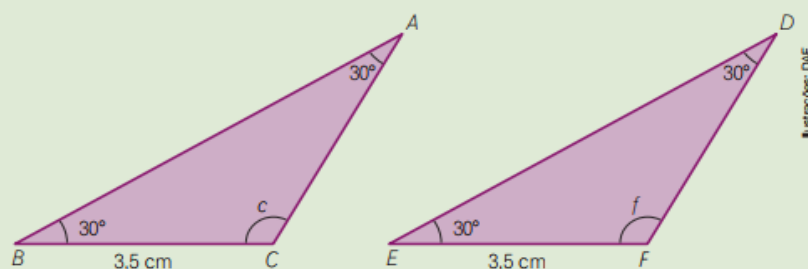
Isso mesmo! Sua conclusão está correta!



Os casos de congruência permitem verificarmos se dois triângulos são congruentes a partir da congruência de 3 elementos correspondentes.

Registrem no caderno.

1. Daniel precisa descobrir se os triângulos ABC e DEF abaixo são congruentes.



Veja como ele pensou, junte-se a um colega, tentem descobrir que ideia Daniel teve e descubram se os triângulos são congruentes.

Ilustrações: Reinaldo Rosa



Se o ângulo C fosse congruente ao ângulo F , eu poderia afirmar que os triângulos são congruentes pelo caso ALA. Mas os ângulos C e F não foram dados...

Daniel lembrou que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° e determinou $c = 120^\circ$ e $f = 120^\circ$.

Dai escreveu:

$$\overline{BC} = \overline{EF}$$

$$\hat{B} = \hat{E}$$

$$\hat{C} = \hat{F}$$

E concluiu que os triângulos são congruentes pelo caso ALA.

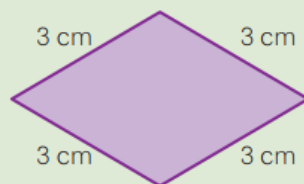
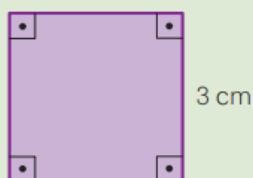


Já sei! Tive uma ideia...

2. Se Daniel não tivesse o dado $BC = EF = 3,5$ cm, ele poderia concluir que os triângulos são congruentes? Expliquem. Não, pois os triângulos poderiam ter os três ângulos respectivamente congruentes, mas os lados não necessariamente seriam respectivamente congruentes.

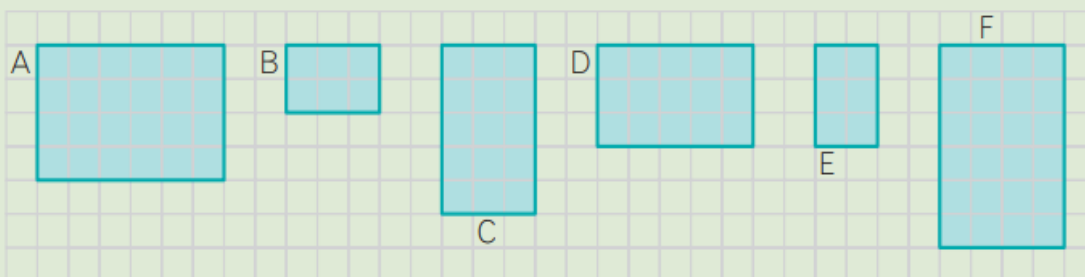
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1. Os quadriláteros ilustrados abaixo são congruentes?



Justifique sua resposta. _____

2. Separe os retângulos em grupos de retângulos congruentes.



3. Qual é a afirmativa correta?

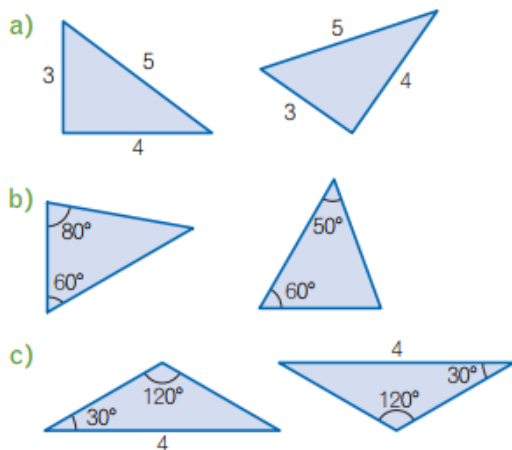
Dois triângulos congruentes têm:

- a) mesma área e perímetro diferentes.
- b) mesmo perímetro e mesma área.
- c) mesmo perímetro e áreas diferentes.
- d) áreas diferentes e perímetros diferentes.

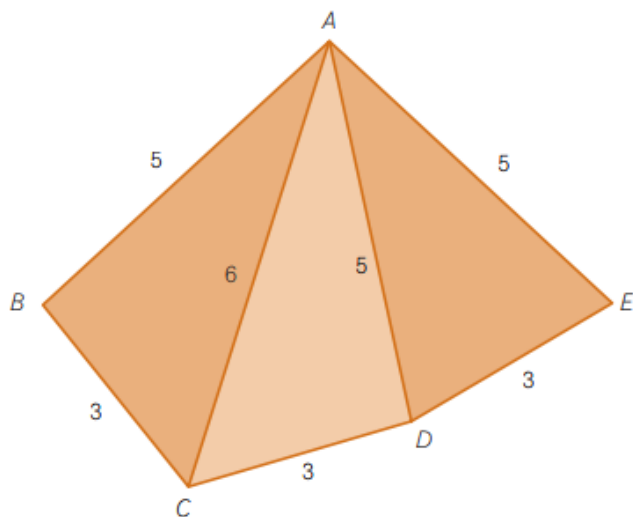
4) Responda.

- Dois triângulos congruentes têm o mesmo perímetro?
- Dois triângulos congruentes têm a mesma área?
- Para verificar se dois triângulos são congruentes, é necessário verificar a congruência dos seis elementos (3 lados e 3 ângulos)?

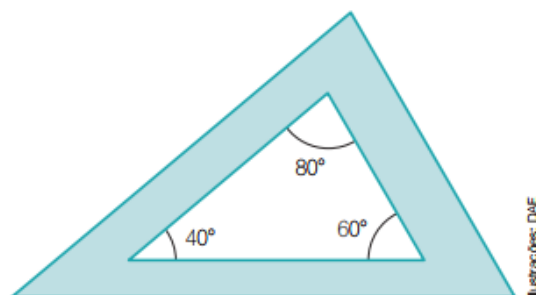
5) Observe os pares de triângulos a seguir e anote os que são congruentes, considerando apenas as indicações dadas.



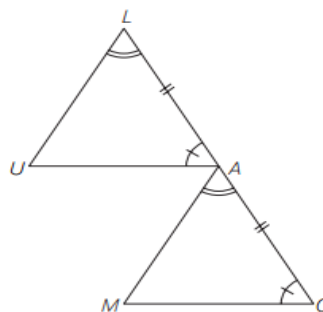
6) Na figura existem dois triângulos congruentes. Quais são eles?



7) Se você sabe que dois triângulos têm os três ângulos medindo respectivamente 40° , 60° e 80° , pode concluir que esses triângulos são congruentes?



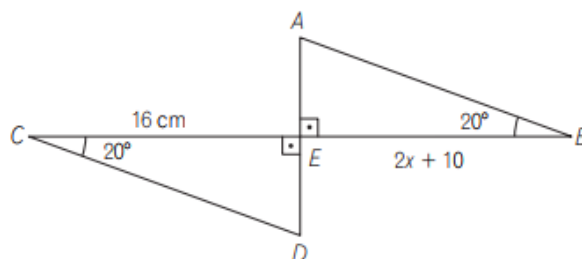
8) (Saresp) Nos triângulos LUA e AMO os elementos congruentes estão assinalados com marcas iguais.



9) Sabendo-se que $UA = 10$ cm e $LA = 8$ cm, responda:

- Quanto mede $\overline{AO}$?
- Quanto mede $\overline{MO}$?

(Saresp) Na figura, os segmentos $\overline{AE}$ e $\overline{ED}$ têm a mesma medida.



Qual o valor de x ?

10) Na figura, o triângulo ABC é congruente ao triângulo CDA . Qual o valor de x ?

