



Prefeitura de Santos Secretaria de Educação



ROTEIRO DE ESTUDO/ATIVIDADES

UME: PROFESSOR FLORESTAN FERNANDES

ANO: 9º ANOS - COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA

PROFESSOR: EDNILSON SANTOS

PERÍODO: 31/08/2020 à 11/09/2020

Habilidades trabalhadas: (EF08MA09).

Objetivo de aprendizagem: Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações.

ROTEIRO DE ESTUDO - 9º ANOS

ORIENTAÇÕES:

1. Assista a vídeo aula;
2. Observe atentamente os exercícios demonstrativos;
3. Faça em seu caderno os exercícios de fixação;
4. Envie a atividade ao professor PREFERENCIALMENTE pelo WhatsApp: { (13) 98871-1320 } ou pelo {e-mail: professorrednilsonumeff@gmail.com}.

Vídeo aula:

<https://youtu.be/qSTa5-v3SUE>

<https://youtu.be/sRI SPrdQ7Y>

<https://youtu.be/vQ5AZDPKG0o>

<https://youtu.be/1JOcS8Wht6w>

<https://youtu.be/D0Id2pGvijU>

<https://youtu.be/O3AiwnbLiPY>

ROTEIRO DE ESTUDO

Equações do 2º grau

Grau de uma equação

As equações podem ser classificadas de acordo com o valor do maior expoente da incógnita. Nas equações do 2º grau, o valor do maior expoente da incógnita é 2.

$$\blacklozenge 5y^2 + 7y = 0$$

$$\blacklozenge 9x^2 = 25$$

$$\blacklozenge x^2 + 2x + 4 = 3$$

$$\blacklozenge 8 - 10a - a^2 = 4a^2 - 3a$$

→ São exemplos de equações do 2º grau.

Há equações do 3º grau, 4º grau, 5º grau etc.

Por exemplo, o valor do maior expoente da incógnita x na equação $8x + x^2 + 2x^4 = 0$ é 4. Então, essa equação é do 4º grau.

Até agora resolvemos somente equações do 1º grau.

Nesta unidade, resolveremos equações do 2º grau.

Resolvendo equações do 2º grau

Você já sabe resolver algumas equações do 2º grau. Acompanhe.

1. Leia a pergunta da professora:

Qual é o número
que elevado ao quadrado
resulta em nove?



Ilustrações: Danilo Souza

Para representar essa situação podemos chamar o número desconhecido de x e escrever uma equação:

$$x^2 = 9$$

Há dois números que elevados ao quadrado resultam em nove: 3 e -3 . Indicamos assim:

$$x = \pm \sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

3 e -3 são as **soluções** da equação do 2º grau $x^2 = 9$

Essa equação tem
duas soluções! Isso não acontecia
nas equações do
1º grau!



Usando outra nomenclatura bastante comum: 3 e -3 são as **raízes** dessa equação.

Forma geral de uma equação do 2º grau

Já resolvemos várias equações do 2º grau. Antes de prosseguir estudando outros métodos de resolução, vamos caracterizar essas equações.

Equações do 2º grau na incógnita x têm a seguinte forma:

$ax^2 + bx + c = 0$, onde a , b e c são números reais com $a \neq 0$.

- ♦ a é o coeficiente do termo em x^2 .
- ♦ b é o coeficiente do termo em x .
- ♦ c é chamado de termo independente.

Na equação $4x^2 - 12x + 9 = 0$, temos: $a = 4$, $b = -12$ e $c = 9$. A incógnita é x .

Na equação $t^2 + 3t + 6$, temos: $a = 1$, $b = 3$ e $c = 6$. A incógnita é t .

Se $a = 0$, o termo em x^2 se anula e não temos mais uma equação do 2º grau. Por isso colocamos a condição $a \neq 0$.

Responda oralmente: qual é o valor de a , de b e de c na equação:

$$-x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2} = 0? \quad a = -1; b = \frac{2}{3} \text{ e } c = \frac{1}{2}$$

A equação $5x - 3x^2 = 4 - 2x$ não está na forma $ax^2 + bx + c = 0$.

No entanto, é possível reorganizá-la, escrevendo-a na forma geral:

$$5x - 3x^2 + 2x = 4$$

$$-3x^2 + 7x = 4$$

$$-3x^2 + 7x - 4 = 0$$

$$a = -3; b = 7 \text{ e } c = -4$$

Por uma questão de organização, daremos preferência ao registro na forma geral.

Vimos que devemos ter $a \neq 0$.

No entanto, podemos ter $b = 0$ ou $c = 0$, ou ainda $b = 0$ e $c = 0$.

Nesses casos teremos equações do 2º grau incompletas. Veja exemplos:

$$2x^2 + 5x = 0$$

$$a = 2$$

$$b = 5$$

$$c = 0$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = 0$$

$$c = -16$$

$$6x^2 = 0$$

$$a = 6$$

$$b = 0$$

$$c = 0$$



As equações do 2º grau que resolvemos até agora eram equações incompletas.

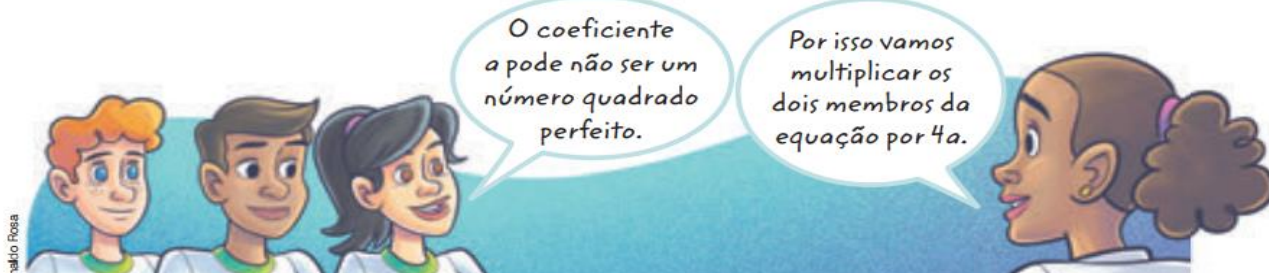
Consequentemente, se $b \neq 0$ e $c \neq 0$, a equação do 2º grau é chamada de **completa**.

Fórmula geral de resolução da equação do 2º grau

Há uma fórmula que permite resolver equações do 2º grau. Vamos obtê-la a partir do método de completar quadrados.

Partiremos da equação genérica $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$.

Nosso objetivo é obter um trinômio quadrado perfeito no primeiro membro da equação.



$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

Observe a figura ao lado. O terceiro termo do trinômio deve ser b^2 .

Vamos somar b^2 a ambos os membros da equação:

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac + b^2 = b^2$$

Para que no primeiro membro da equação fique somente o trinômio quadrado perfeito, vamos subtrair $4ac$ de ambos os membros:

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$$

Fatorando o trinômio quadrado perfeito, obtemos:

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

A expressão $b^2 - 4ac$ será representada pela letra grega Δ (delta).

Fazendo $\Delta = b^2 - 4ac$ na equação acima, temos:

$$(2ax + b)^2 = \Delta$$

Supondo $\Delta > 0$ vem:

$2ax + b = \pm \sqrt{\Delta}$. Subtraindo b de ambos os membros da equação:

$2ax = -b \pm \sqrt{\Delta}$ e, finalmente, dividindo ambos os membros por $2a$ para encontrar x :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

	$2ax$	b
$2ax$	$4a^2x^2$	$2abx$
b	$2abx$	b^2

Nessa fórmula, precisamos extrair a raiz quadrada de Δ .

- ♦ Se o valor de delta for um número negativo, $\sqrt{\Delta}$ não será um número real, e a equação não terá solução no conjunto $\mathbb{R}$.
- ♦ Se $\Delta = 0$, $\sqrt{\Delta} = 0$, e $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ fica $x = \frac{-b}{2a}$ e a equação terá somente uma solução.
- ♦ Se o valor de delta for um número positivo, aí a equação terá duas soluções reais.

Vamos resolver equações aplicando essa fórmula?

1. $x^2 + 3x - 10 = 0$

$a = 1$

$b = 3$

$c = -10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)$

$\Delta = 9 + 40 = 49$

Identificamos os coeficientes e o termo independente na equação.

Calculamos o valor de Δ .

Agora aplicamos a fórmula para determinar os valores de x :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{-3 + 7}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{-3 - 7}{2} = \frac{-10}{2} = -5 \end{cases}$$

Fazendo a verificação:

$$\begin{aligned} (-5)^2 + 3 \cdot (-5) - 10 &= \\ &= 25 - 15 - 10 = 0 \text{ e} \\ 2^2 + 3 \cdot 2 - 10 &= 4 + 6 - 10 = 0 \end{aligned}$$

Logo, -5 e 2 são as soluções, ou as raízes, da equação $x^2 + 3x - 10 = 0$.

2. $6x^2 + x - 1 = 0$

$$\begin{aligned} a &= 6 & \Delta &= b^2 - 4ac \\ b &= 1 & \Delta &= 1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) \\ c &= -1 & \Delta &= 1 + 24 = 25 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm 5}{12} \begin{cases} x_1 = \frac{-1 + 5}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \\ x_2 = \frac{-1 - 5}{12} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Logo, $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ são as raízes da equação $6x^2 + x - 1 = 0$.

3. $2x^2 - 4x + 3 = 0$

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= -4 \\ c &= 3 \end{aligned}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\Delta = 16 - 24 = -8$$

A equação $2x^2 - 4x + 3 = 0$ não tem raízes reais.

Atenção! Neste caso $\sqrt{\Delta}$ não é um número real.

4. $\frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} = \frac{1}{3}$

Vamos primeiro encontrar frações equivalentes às dadas e que tenham mesmo denominador:

$$\frac{2x^2}{6} - \frac{3x}{6} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{2x^2 - 3x}{6} = \frac{2}{6}$$

Multiplicando ambos os membros da equação por 6, obtemos:

$$2x^2 - 3x = 2 \quad \text{ou} \quad 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25$$

$$x = \frac{3 \pm 5}{4} \begin{cases} x_1 = \frac{3 + 5}{4} = 2 \\ x_2 = \frac{3 - 5}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Logo, $-\frac{1}{2}$ e 2 são as raízes da equação.

DEFINIÇÃO

Uma equação do 2º grau com uma variável tem a forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

($a \neq 0$)

- x a incógnita,
- a , b e c números reais, chamados **coeficientes**.

sendo:

Exemplos:

- 1) $x^2 - 7x + 10 = 0$, onde $a = 1$, $b = -7$ e $c = 10$.
- 2) $5x^2 - x - 3 = 0$, onde $a = 5$, $b = -1$ e $c = -3$.
- 3) $8x^2 - 4x = 0$, onde $a = 8$, $b = -4$ e $c = 0$.
- 4) $-3x^2 + 2 = 0$, onde $a = -3$, $b = 0$ e $c = 2$.
- 5) $9x^2 = 0$, onde $a = 9$, $b = 0$ e $c = 0$.

Observe que:

- a representa o coeficiente de x^2 ;
- b representa o coeficiente de x ;
- c representa o termo independente.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) Quais são equações do 2º grau?

ASSINALE

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| a) $x^2 + 2x + 1 = 0$ | e) $5x^2 - 1 = 0$ |
| b) $8x - 5x - 2 = 0$ | f) $6x^2 - 8x = 0$ |
| c) $7x^2 - 8x + 3 = 0$ | g) $x^3 - 5x^2 + 4 = 0$ |
| d) $0x^2 + 5x - 8 = 0$ | h) $x - 7x - 1 = 0$ |

2) Determine os valores dos coeficientes **a**, **b** e **c** nas equações seguintes:

- a) $2x^2 - 8x + 7 = 0$
- b) $x^2 - 5x + 6 = 0$
- c) $3x^2 - 7x - 4 = 0$
- d) $x^2 - x - 6 = 0$
- e) $-x^2 - 4x + 9 = 0$
- f) $-8x^2 - x - 1 = 0$
- g) $4x^2 - 16 = 0$
- h) $x^2 - 3x = 0$
- i) $5x^2 - 28 = 0$
- j) $6x^2 = 0$

3) Coloque na forma $ax^2 + bx + c = 0$ as seguintes equações do 2º grau:

Resolvido.

$$x(x - 2) = 3(x + 6)$$
$$x^2 - 2x = 3x + 18$$
$$x^2 - 2x - 3x - 18 = 0$$
$$x^2 - 5x - 18 = 0$$

4) Coloque na forma $ax^2 + bx + c = 0$ as seguintes equações do 2º grau:

Resolvido.

$$(x + 3)^2 = 1$$
$$x^2 + 6x + 9 = 1$$
$$x^2 + 6x + 9 - 1 = 0$$
$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

- a) $5x + 3x^2 = 4x - 7$
- b) $x^2 + 4x = 2(x - 1)$
- c) $x(2x - 3) = 4x - 1$
- d) $4x(x + 3) + 9 = 0$
- e) $x(x - 2) + 1 = 2(x + 3)$

EQUAÇÕES COMPLETAS E INCOMPLETAS

A equação $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$), é chamada:

- **Equação completa:** quando $b \neq 0$ e $c \neq 0$.

Exemplos: a) $3x^2 + 8x - 1 = 0$
b) $x^2 - 6x + 5 = 0$

- **Equação incompleta:** quando $b = 0$ ou $c = 0$, ou ambos são nulos.

Exemplos: a) $5x^2 - 8x = 0$ ($c = 0$)
b) $x^2 - 15 = 0$ ($b = 0$)
c) $4x^2 = 0$ ($b = 0$ e $c = 0$)

5) Classifique as equações do 2º grau em completa ou incompleta:

- a) $x^2 - 8 = 0$
- b) $2x^2 - 1 = 0$
- c) $4x^2 + 6x = 0$
- d) $3x^2 - x - 1 = 0$
- e) $x^2 - 8x + 9 = 0$
- f) $x^2 + 7 = 0$
- g) $5x^2 = 0$
- h) $x^2 - 12x + 48 = 0$
- i) $-x^2 - 8x = 0$
- j) $7 - 2x + x^2 = 0$

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES INCOMPLETAS EM IR

Resolver uma equação é determinar todas as suas soluções. Vejamos, através de exemplos, como se resolvem as equações incompletas do 2º grau:

1º CASO: Equações da forma $ax^2 + c = 0$, ($b = 0$).

Exemplos:

A) Resolver as seguintes equações, sendo $U = \mathbb{R}$:

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 = 25$$

Transpondo - 25 para o 2º membro.

$$x = \pm \sqrt{25}$$

$$x = \pm 5$$

$$\text{Logo: } V = \{ +5, -5 \}$$

B) $2x^2 - 18 = 0$

$$2x^2 = 18$$

Transpondo - 18 para o 2º membro.

$$x^2 = \frac{18}{2}$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm \sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

$$\text{Logo: } V = \{ +3, -3 \}$$

C) $7x^2 - 14 = 0$

$$7x^2 = 14$$

Transpondo - 14 para o 2º membro.

$$x^2 = \frac{14}{7}$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm \sqrt{2}$$

$$\text{Logo: } V = \{ +\sqrt{2}, -\sqrt{2} \}$$

D) $x^2 + 25 = 0$

$$x^2 = -25$$

$$x = \pm \sqrt{-25} = \text{nenhum real, pois } (\text{nenhum real})^2 = -25$$

$$\text{Logo: } V = \emptyset$$

6) Resolva as seguintes equações do 2º grau, sendo $U = \mathbb{R}$:

a) $x^2 - 49 = 0$

b) $x^2 = 1$

c) $2x^2 - 50 = 0$

d) $7x^2 - 7 = 0$

e) $4x^2 = 36$

f) $5x^2 - 15 = 0$

g) $21 = 7x^2$

h) $5x^2 + 20 = 0$

i) $4x^2 - 49 = 0$

j) $16 = 9x^2$

l) $3x^2 + 30 = 0$

m) $9x^2 - 5 = 0$

7) Resolva as equações do 2º grau, sendo $U = \mathbb{R}$:

a) $7x^2 + 2 = 30$

b) $2x^2 - 90 = 8$

c) $4x^2 - 27 = x^2$

d) $8x^2 = 60 - 7x^2$

8) Resolva as equações do 2º grau, sendo $U = \mathbb{R}$:

a) $3(x^2 - 1) = 24$

b) $2(x^2 - 1) = x^2 + 7$

c) $5(x^2 - 1) = 4(x^2 + 1)$

d) $(x - 3)(x + 4) + 8 = x$