

UME Dr. José Carlos de Azevedo Junior

Período de 01/10/2021 à 15/10/2021

Nome: _____ n° _____

9° ano B

Prof. Cristiane Ramos Soares Almeida

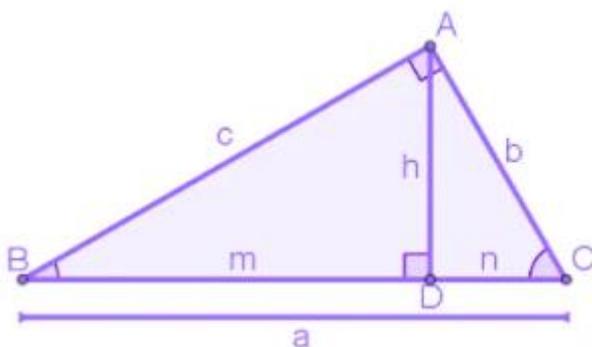
3° Trimestre - Matemática.

Relações métricas no triângulo retângulo:

As **relações métricas** são equações que relacionam as medidas dos lados e de alguns outros segmentos de um triângulo retângulo. Para definir essas relações, é importante conhecer esses segmentos.

Elementos do triângulo retângulo

A figura a seguir é um **triângulo retângulo** ABC, cujo ângulo reto é \hat{A} e é cortado pela altura AD:



Nesse triângulo, observe que:

- A letra a é a medida da **hipotenusa** (lado oposto ao ângulo de 90°);
- As letras b e c são as medidas dos **catetos**;
- A letra h é a medida da **altura** do triângulo retângulo;

- A letra n é a **projeção** do cateto AC sobre a hipotenusa;
- A letra m é a **projeção** do cateto BA sobre a hipotenusa.

Teorema de Pitágoras: primeira relação métrica

O teorema de Pitágoras é o seguinte: o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Ele é válido para todos os **triângulos retângulos** e pode ser escrito da seguinte maneira:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

* a é **hipotenusa**, b e c são **catetos**.

Segunda relação métrica

A **hipotenusa** do **triângulo retângulo** é igual à soma das projeções de seus catetos sobre a hipotenusa, ou seja:

$$a = m + n$$

Terceira relação métrica

O **quadrado** da **hipotenusa** de um **triângulo retângulo** é igual ao produto das projeções de seus catetos sobre a hipotenusa. Matematicamente:

$$h^2 = m \cdot n$$

Assim, se for necessário descobrir a medida da hipotenusa conhecendo apenas as medidas das projeções, poderemos usar essa relação métrica.

Quarta relação métrica

É usada para descobrir a medida de um **cateto** quando as medidas de sua **projeção** sobre a hipotenusa e a própria **hipotenusa** são conhecidas:

$$c^2 = an$$

e

$$b^2 = an$$

Perceba que b é a medida do cateto AC, e n é a medida de sua projeção sobre a hipotenusa. O mesmo vale para c .

Quinta relação métrica

O produto entre a **hipotenusa** (a) e a **altura** (h) de um triângulo retângulo é sempre igual ao produto entre as medidas de seus catetos.

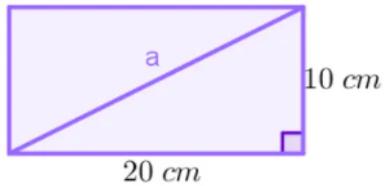
$$ah = bc$$

Exemplos:

1. Qual é a medida da diagonal de um retângulo cujo lado maior mede 20 cm e o lado menor mede 10 cm?

Solução:

A diagonal de um retângulo divide-o em dois triângulos retângulos. Essa diagonal fica sendo a hipotenusa, como mostra a figura a seguir:



Para calcular a medida dessa diagonal, basta usar o **teorema de Pitágoras**:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 20^2 + 10^2$$

$$a^2 = 400 + 100$$

$$a^2 = 500$$

$$a = \sqrt{500}$$

$a = 22,36$ cm, aproximadamente.

2. Um triângulo cujas **projeções** dos catetos sobre a **hipotenusa** medem 10 e 40 centímetros tem que altura?

$$h^2 = m \cdot n$$

$$h^2 = 10 \cdot 40$$

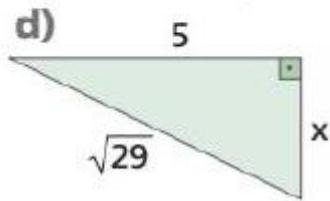
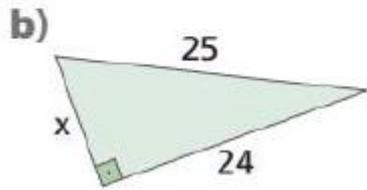
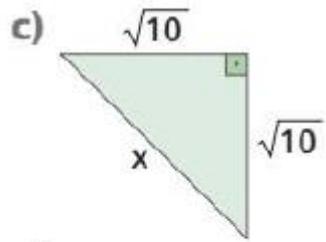
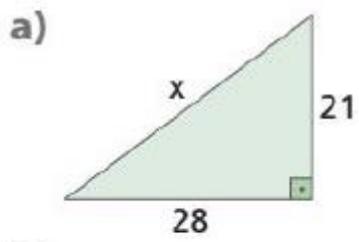
$$h^2 = 400$$

$$h = \sqrt{400}$$

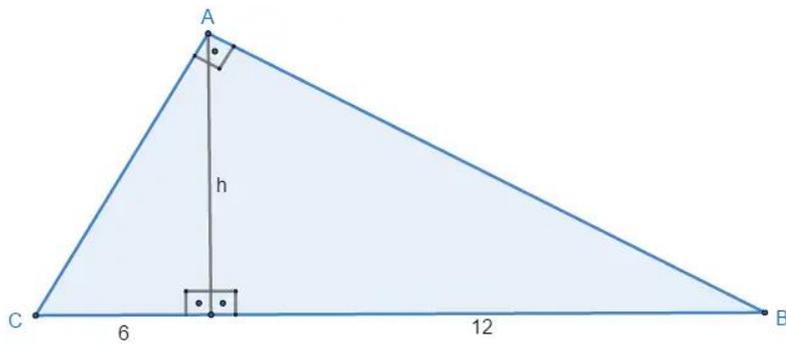
$$h = 20 \text{ centímetros.}$$

Exercícios:

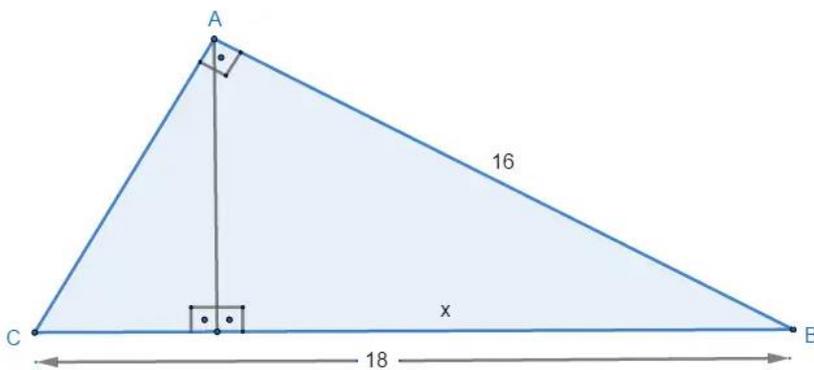
1. Calcule a medida x em cada um dos triângulos retângulos a seguir:



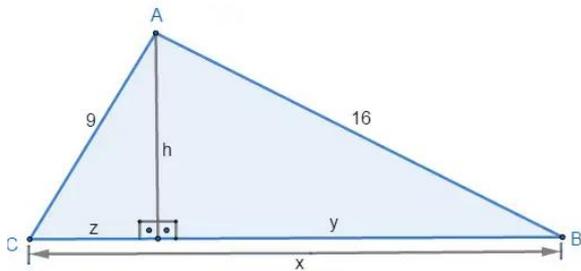
2. Calcule a altura do triângulo:



3. Calcule a medida de x :



4. Determine no triângulo abaixo a medida da hipotenusa, a altura em relação à hipotenusa e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa:



5. Uma represa no formato retangular possui dimensões de 30 metros por 40 metros. Qual será a distância percorrida por uma pessoa que atravessa essa represa pela sua diagonal?

- A) 45 metros
- B) 50 metros
- C) 65 metros
- D) 70 metros
- E) 80 metros